第1部 第6章：貿易データ変換のための対応関係コード表のグループ化と連結

著者	野田 容助
権利	Copyrights 日本貿易振興機構（ジェトロ）アジア経済研究所 / Institute of Developing Economies, Japan External Trade Organization (IDE-JETRO) http://www.ide.go.jp
シリーズタイトル	アジア経済研究所統計資料シリーズ
シリーズ番号	96
雑誌名	国際貿易データと貿易指数 : 国際比較可能な貿易指数を目指して
ページ	177-207
発行年	2012
出版者	日本貿易振興機構アジア経済研究所/Institute of Developing Economies (IDE-JETRO)
URL	http://hdl.handle.net/2344/00008873

第 6 章

貿易データ変換のための対応関係コード表のグループ化と連結

野田容助

はじめに

貿易データを長期時系列データとして利用するときに問題となるのは商品分類の改訂に伴って同一商品であってもその分類基準やカバリッジに変更が生じていることであり、その変更が貿易データにも直接影響していることである。UN が作成した標準国際貿易商品分類（Standard International Trade Classification：SITC）系列あるいは世界税関機構（World Customs Organization：WCO）が作成した国際統一商品分類（Harmonized Commodity Description and Cording System：HS）系列では時代にあった商品分類に適合させるために同一系列の分類であってもそれぞれの商品分類の改訂が繰り返されてきている [1] 。商品分類の改訂に伴って変更される商品分類を接続しているのが改訂前後の商品分類から構成される対応関係コード表である。対応関係コード表は 2 つの体系の異なる分類を結び付けるために利用される両者の対応関係を明らかにした分類コードの接続の集まりである。

対応関係コード表の中で分類の核になる閉じた対応関係にある分類コードの接続の集まりを「対応関係におけるグループ」あるいは簡単にグループという。対応関係におけるグループは Hideto Sato［1983］およびその要約である佐藤［1995］によれば、2 つの分類から「共通に導出可能な最も詳細な分類（Finest Common Derivative：FCD）に対応する分類である。対応関係を構成する分類コードに少なくとも 1 つの共通した接続があれば関連させていき、接続が無くなったところまでの構成要素でグループを決めるという方法で得られた対応関係の集まりである。対応関係コード表を FCD によりグループに分けたものを「グループ化された対応関係コード表」と呼ぶ。野田［2010］は佐藤の FCD を基本としたグループ化の考え方を拡張して、複数存在するグループ化された対応関係コード表に対しても、共通に存在する分類を通してそれらの対応関係をグループ化し、さらに連結する方法を示している。

本章の目的は野田［2010］に見られるいくつかの不正確な表現を明確化し、連結される対応関係コード表の作成方法について再考していることである。商品分類の改訂された新分類から旧分類の方向に対する貿易データの変換には、新分類から旧分類への対応関係コード表が必要である。しかし、商品分類の改訂が繰り返されているため、新分類から旧分類への対応関係コード表作成には必ずしも直接的に対応している分類に基づく対応関係コード表が利用できるとは限らない。その場合にはいくつかの対応関係コード表を共通となる分類を利用して連結し、必要な対応関係コード表を作成することが必要となる。しかも、貿易データはグループごとに変換されるため、グループ化された対応関係コード表が必要となる。本章はそのために必要となる分類間のグループ化された対応関係コード表の作成にも重点を置いている。

本章は第 1 節において分類間の対応関係に基づくグループ化の方法、第 2 節は一般的な分類基準

による対応関係のグループ化、第 3 節は対応関係コード表の連結とグループ化、第 4 節は対応関係コード表における一般化された連結、から構成されている。

1.　対応関係に基づくグループ化の方法

分類はカテゴリーと呼ばれる抽象的な個別主体を要素とする集合で表すことができる。個別主体の集合を X として、X のカテゴリーの集合を A とする。個別主体の集合をいくつかのカテゴリーに分ける操作を類別または分類といい、類別または分類のための規則は X からカテゴリーの集合 A へ射影する関数 f_a とするとき、$f_a : X \to A$ を定義することで得られる [2]。このようにして得られた A を個別主体の集合 X の分類という。

具体的な例として、抽象的な個別主体を商品一般として X とするとき、類別とは商品一般をいくつかの種類のカテゴリーに分けることであり、このように分けられたカテゴリーの集まりを A とするとき、これが貿易商品分類である。例えば、A は商品分類の 1 つである SITC の改訂第 1 版（SITC-R1）とする。すなわち類別は国連加盟国ならびに政府間機関の専門家グループにより 1960 年に A を SITC-R1 であると勧告したことに相当する。

山本［1995］によれば、1960 年以降の急速な技術進歩により SITC-R1 の分類体系の枠におさまらない多くの新商品の出現を見るにいたり、SITC-R1 をさらに時代に則した分類に改訂する必要に迫られている。抽象的な個別主体を新たに出現した商品も含めて商品一般として X とするとき、これらの商品を新たなカテゴリーとして分けられた集合を B とする。このカテゴリーの集合の B は SITC の改訂第 2 版（SITC-R2）であり、類別は国連の経済社会理事会において 1975 年に採択されたことに相当する。

商品一般の X は SITC-R1 では UN の出版による *Commodity Indexes for The Standard Inter- national Trade Classification Revised, Vol. 1*［1963］において商品分類コードごとに一連番碁を付けて表記されている例示品目であり、SITC-R2 についても同じように UN 出版による同名の *Revision 2*（1981）の例示品目である。SITC-R1 と SITC-R2 の両例示品目編はアジア経済研究所による日本語訳が存在し、前者は『標準国際貿易商品分類 例示品目編、改訂版』［1970］後者は『標準国際貿易商品分類 例示品目編、改訂第 2 版』の 3 分冊から構成され第Ⅰ巻［1984］、同第Ⅱ巻［1984］、同第Ⅲ巻［1985］である。

1.1　分類間に共通する導出可能な分類

一般に集合を要素とする集合 S があり、その S の要素である集合間に関数が定義されているとする。Sato［1983］あるいは佐藤［1995］によれば S に所属する主体の集合 X から S 内の任意の集合 A に対して合成関数が一意に決まり、この合成関数が類別の規則を表すとき、この S を個別主体の集合 X の分類に関する集合といい $CL(X)$ で表し、その要素を X を基準とする分類という。混乱がない限り類別あるいは分類のための規則をまとめて一般的に類別関数ということにする。類別関数について本節では基準となる分類 X に対して 1 個の入力に対して 1 個の出力を返す通常の関数である一価関数を利用するが、次節では X が存在しないときや一般的な分類基準の C に対して 1 個の入力に対して複数個の出力を返す多価関数あるいは複数個の入力に対して複数個の出力を返すベクトル値関数を類別関数として利用する。

抽象的な個別主体の集合 Z に基づくカテゴリーの集合である分類 A と B と、同じ Z に基づく分類 X に対して $A, B, X \in CL(Z)$ であり、同時に $A, B \in CL(X)$ とすれば、A と B は共に X を基準とした分類である。X と A、X と B の間には類別関

数によりそれぞれ対応関係が存在しているが、AとBとの間には必ずしも直接的な類別関数は存在しなくてもいいとする。分類XをK個の要素から構成されるカテゴリーのベクトルで表し$X=\{x_1 \cdots x_K\}$、分類Aと分類Bをそれぞれn個とm個から構成されるカテゴリーのベクトルで表し$A=\{a_1 \cdots a_n\}$、$B=\{b_1 \cdots b_m\}$とする。Xを基準としたときのXからA、XからBへのそれぞれの類別関数を一価関数として、

(1-1) $f_a : X \to A, \quad f_b : X \to B$

とする[2]。類別関数f_aによりXとAは対応付けられており、

$$\{x \mid f_a(x)=a, \forall a \in A\} \neq \phi$$

であり、$k=1 \cdots K$に対する$a_k^* \in A$において、

$$f_a(x_1 \cdots x_K) = (f_a(x_1) \cdots f_a(x_K)) \\ = (a_1^* \cdots a_K^*)$$

と表わされる。

$$F_1 = \{x \mid f_a(x)=a_1,\ f_a(x)=a_2\}$$

とすれば、

(1-2) $a_1 \neq a_2 \to F_1 = \phi$

となる。このことは基準となる分類の$x \in X$に対して$f_a(x)$はAのすべての要素へ対応し、しかも同時にa_1とa_2に配分されることはないことを表わしている。同じように類別関数f_bによりXとBは対応付けられ、

$$\{x \mid f_b(x)=b, \forall b \in B\} \neq \phi$$

であり、$k=1 \cdots K$に対する$b_k^* \in B$において、

$$f_b(x_1 \cdots x_K) = (f_b(x_1) \cdots f_b(x_K)) \\ = (b_1^* \cdots b_K^*)$$

と表される。

$$F_2 = \{x \mid f_b(x)=b_1,\ f_b(x)=b_2\}$$

とすれば、

(1-3) $b_1 \neq b_2 \ \to\ F_2 = \phi$

となり、$x \in X$に対して$f_b(x)$はBのすべての要素へ対応し、しかも同時にb_1とb_2に配分されることはない。

分類AからBの方向に対する対応関係コード表は、$a \in A$と$b \in B$の直積集合の全体として表わされる。その個別の対応関係は$(a,b) \in A \times B$となり、この部分集合をRとするとき、

$$R = \{(a,b) \in A \times B \mid a \in A, b \in B\}$$

となる。AとBの間には必ずしも直接的な類別関数が存在しなくても構わないが、その時は両者の対応関係は基準となる分類Xから求めることができる。分類基準をXとするとき、$x \in X$に対して、

(1-4) $R(A,B:X) = R(x) = \{(a,b) \in A \times B \mid f_a(x)=a,\ f_b(x)=b\}$

とする。これが、AからBへの対応関係コード表である。AからBへの対応をhとして、

(1-5) $h(a) = \{b \mid (a,b) \in R(A,B,:X)\} = \{f_b(x) \mid f_a(x)=a, x \in X\}$

とする。AとBの間には必ずしも直接的な類別関数が存在しなくても、両者の対応関係コード表を作成することができれば、（1-5）式により、$h=(f_b f_a^{-1}) : A \to B$、となる$h$を対応関係として利用することができる。対応$h$は次節においてベクトル値関数として定義される。

個別主体の集合Xの分類である分類A,B,Gについて、Hideto Sato［1983］および佐藤［1995］はこれらの分類が$A,B,G \in CL(X)$であり、さらに、一価関数の類別関数を、

(1-6) $p_a : A \to G$

とする。（1-6）式で表わされた分類Gを分類AとBから得られた共通に導出可能な分類（Common Derivative: CD）といい、$CD(A,B)$と表わしている。さらに、$CD(A,B)$の中で最も詳細な分類をAとBから得られた共通に導出可能な最も詳細な分類（FCD）という。すなわち、任意の$CD(A,B)$がGから得られるならば、このGがAとBのFCDである。分類Gは（1-6）式からp_aを明示的に示すときは、

(1-7) $fcd(A,B:X) \xrightarrow{p_a} G$

と表わす。混乱がなければp_aを省略して、

(1-8)　　$fcd(A,B:X) \to G$

と表わすことにする。本章ではこのようにして得られた分類 G を対応関係のグループと呼ぶ。A と B の対応関係コード表をグループに分割することを対応関係コード表のグループ化といい、G はグループ化された分類ともいう。

1.2　分類基準 *X* によるグループ化のメカニズム

分類 X,A,B,G が同一分類階層内に存在するとして、$A,B,G \in CL(X)$ であり、類別関数の f_a と f_b がそれぞれ（1-2）式と（1-3）式を満足しているとする。分類 X を基準とした A と B の対応関係において、A と B における閉じた関係は繰り返し計算を $x \in X$ を起点に、$X \to A \to X \to B \to X$、として $x' \in X$ に戻ることでおこなう。類別関数において、$f_a^{-1}: A \to X$、については（1-1）式から、

$$f_a^{-1}(a) = \{x \mid f_a(x) = a\}$$

とする。$f_a^{-1}(a) \subset X$ である。$f_b^{-1}: B \to X$、についても同様である。k 回目の閉じた関係を $k \le K$ 、$x \in X$ に対して $Q^k(x)$ として、

(1-9)　$$Q^k(x) = \{x' \mid (f_b^{-1} f_b f_a^{-1} f_a)^k(x) = x',\ x' \in X\}$$

とする。この関係が $Q^{k+1}(x) = Q^k(x)$ となるとき、$Q^k(x)$ を A と B の）閉じた関係あるいは収束した関係といい $Q^*(x)$ で表し、$k \to \infty$ に対して、

(1-10)　$$Q^*(x) = (f_b^{-1} f_b f_a^{-1} f_a)^k(x)$$

とする。X の要素の数は有限個の K なので、$Q^*(x)$ はたかだか K 回目の繰り返しで収束する。分類基準を X とした A と B の閉じた関係である $Q^*(x)$ を明示的に示すときは $Q^*(A,B:X)$ と表すことにする。

ある $x \in X$ に対して得られた $Q^*(x)$ を $Q_1^*(x)$ として、$X_1 = X - Q_1^*(x)$ とする。ここで、$X - Q_1^*(x)$ は X から $Q_1^*(x)$ を取り除いて得られる集合であり、$X = X_1 \cup Q_1^*(x)$ と表される。$X_1 \cap Q_1^*(x) = \phi$ であることに注意すること。$x \in X_1$ に対して $Q^*(x)$ を求めて $Q_2^*(x)$ とし、$X_2 = X_1 - Q_2^*(x)$ とする。

$$X = X_2 \cup Q_2^*(x) \quad \cup Q_1^*(x)$$

と表される。X の要素の数は有限個なのでこれを繰り返すことにより $X_L = \phi$ となるような整数の L が存在し、

(1-11)　$$X = Q_L^*(x) \cup \cdots \cup Q_2^*(x) \cup Q_1^*(x)$$

となる。$x \in Q_1^*(x)$ に対して、$x \notin X_1$ なので、$x \notin Q_2^*(x), \cdots, x \notin Q_L^*(x)$ である。

同じように、$x \in Q_2^*(x)$ に対して、$x \notin Q_3^*(x)$, $\cdots, x \notin Q_L^*(x)$ である。したがって、L 以下の i,j に対して、

(1-12)　$$Q_i^*(x) \cap Q_j^*(x) = \phi,\ (i \ne j)$$

となる。

分類 G に対して、(1-1) 式の f_a と (1-6) 式の p_a のそれぞれの類別関数から合成された類別関数を $p_x = p_a f_a$ とする。p_x は一価関数の類別関数であり、

(1-13)　$$p_x : X \to G$$

とする。（1-13）式で表わされた分類 G はグループの分類となる。グループの分類の要素が L 個あるとして $G = \{g_1 \cdots g_L\}$ とする。$g_i \in G$ に対して、

(1-14)　$$Q_i^*(x) = \{x \mid p_x(x) = g_i,\ x \in X\}$$

とする。$Q_i^*(x)$ は（1-11）式と（1-12）式を満足することから X を分割することがわかる。この分割された分類をし $X/Q^*(x)$ として表わす。$X/Q^*(x)$ を求めることが A と B のグループ化の作成過程であり、（1-9）式がグループ化における繰り返し計算のメカニズムである。

A と B から得られる FCD の存在は（1-6）式がその根拠となっているので、（1-13）式から（1-6）式が導かれることを示す。$x \in Q_i^*(x)$ に対して $f_a(x)$ をとれば、$\{a \mid f_a(x) = a,\ x \in Q_i^*(x)\}$ となり、これを A_i とする。（1-14）式より、

$$p_a(a) = p_a f_a(x) = p_x(x) = g_i$$

となるので、$a \in A$ に対して、

$$A_i = \{a \mid p_a(a) = g_i,\ a \in A\}$$

となり、(1-6) 式が求められる。すなわち、(1-13)

式により A と B の FCD が得られる。また、(1-11)式に対応して、 $A = A_1 \cup \cdots \cup A_L$ 、となる。ここで、 $A_i \cap A_j = \phi$ である。A は A_i により分割される。したがって、 $fcd(A,B:X) \to G$ において、グループの分類である G は（1-6）式たけではなく、(1-13）式によっても求めることができる。

グループ化された分類 A と B の対応関係は、$g_i \in G,\ i = 1 \cdots L$ と $x \in X$ に対して、

(1-15) $$R_i(A,B,:X) = \{(f_a(x), f_b(x)) \mid p_x(x) = g_i\}$$

として求められる。 $R_i(A,B,:X)$ を簡単に $R(g_i)$ とする。さらに、本章では所属するグループ g_i に対して、(1-15) 式を簡単に R_i と表すこともある。$i = 1 \cdots L$ に対して、グループ g_i ごとに（1-15）式により対応関係を求めることが対応関係コード表のグループ化である。

1.3　グループ化された対応関係のタイプ

グループ化された分類 A と B の対応関係は次のような 4 つの対応関係のタイプに分けることができる。グループ内において A は n 個の分類コードから構成され、B は m 個の分類コードから構成されているとする。さらに対応関係は A から B へと向かう方向を持っているとする。

（1）対応関係のタイプ 1 は A と B のそれぞれの分類コードが 1 対 1 に対応する関係である。すなわち、m と n が共に 1 である。このタイプではグループに含まれる対応する対応関係の個数は 1 個である。

（2）対応関係のタイプ 2 は A と B が 1 対多の対応関係であり、$m > 1$ に対して n は 1 である。このグループに含まれる対応関係の個数は B に含まれる分類コードの個数の n に等しい。

（3）対応関係のタイプ 3 は A と B が多対 1 の対応関係であり、m が 1 に対して $n > 1$ である。タイプ 2 とは逆に、グループに含まれる対応関係の個数は A に含まれる分類コードの個数の m に等しい。

（4）対応関係のタイプ 4 は A と B が多対多の対応関係であり、 $m > 1$ であり同時に $n > 1$ である。このタイプのグループに含まれる対応関係の個数について特に決まったパターンは存在しない。

対応関係のタイプ 4 はさらにタイプ 4a と 4b とに分けることができる。対応関係におけるタイプの識別については本書の第 7 章で紹介するが、タイプ 4a は配分ウエイトが配分ウエイトの構造式により一意的な解を持つタイプ、タイプ 4b は一意的な解を持たないタイプである。また、対応関係のタイプ 1 からタイプ 3 はタイプ 4a の特殊な状態である。

1.4　「切断」によるサブグループ化

基準となる分類 X において、閉じた対応関係の集まりである 1 つのグループからいくつかの対応関係を取り除くとグループがさらに 2 つ以上のグループに分かれるとき、この対応関係を取り除くことよってグループが「切断」されたといい、そのときに取り除いた対応関係を「切断の要素」という[3]。このとき得られたグループを元のグループに対するサブグループという[4]。前節より、

$$X / Q^*(x) = Q_1^*(x) \cup \cdots \cup Q_L^*(x)$$

に対応したグループが、$G = G_1 \cup \cdots \cup G_L$ であり同時に、$G_i \cap G_j = \phi,\ (i \neq j)$ である。グループの i 番目である G_i の切断の要素の集まりを $G_i(0)$ で表すことにする。このグループから切断の要素を取り除いた $G_i - G_i(0)$ に対してグループ化をおこないサブグループを作る。n_i 個のサブグループが作成されたとしてそれらを $j = 1 \cdots n_i$ に対して $G_i^{(s)}(j)$ とする。グループ G_i は、

$$G_i - G_i(0) = G_i^{(s)}(1) \cup \cdots \cup G_i^{(s)}(n_i)$$

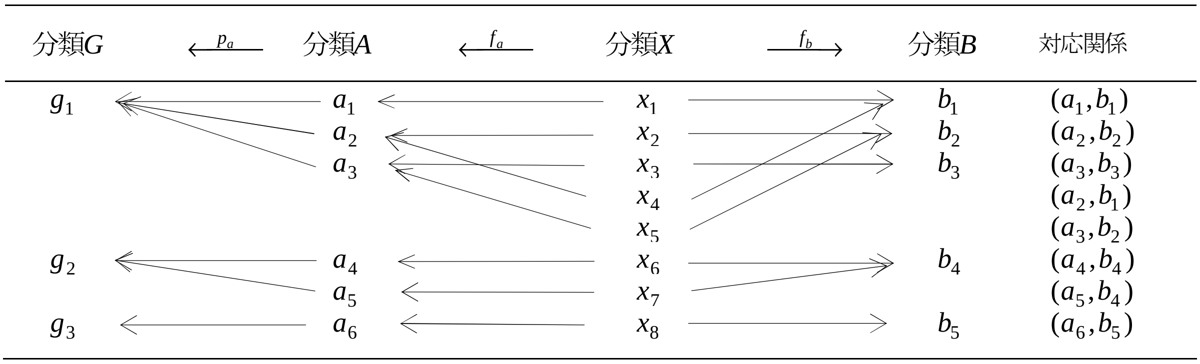
と表わされ、$G_i - G_i(0)$ は $G_i^{(s)}(j)$ により分割される。ここで、

$$G_i^{(s)}(j) \cap G_i^{(s)}(k) = \phi,\quad (j \neq k)$$

である。

サブグループがグループから切断の要素を取り

図 1　分類 X を基準とした分類 A と B から得られる分類 G の $fcd(A,B:X)\xrightarrow{p_a}G$ の関係



（出所）著者作成

（注）分類 X,A,B,G が同一分類階層内に存在するとき、分類 A と B の対応において分類基準を X としたときの類別関数を $f_a:X\to A$、$f_b:X\to B$、さらに、$p_a:A\to G$ とする。

図 2　分類 A と B における分類コードの対応関係から得られた商品グループ G

分類A ＼ 分類 B	a_1　a_2　a_3	a_4　a_5	a_6	$\cdots$	$a_{n_1+\cdots+n_{p-1}+1}\cdots a_n$
b_1 b_2 b_3	グループ g_1				
b_4		g_2			
b_5			g_3		
:				$\ddots$	
$b_{m_1+\cdots+m_{p-1}+1}$: b_m					g_L

（出所）著者作成

（注）A と B の対応関係が L 個の商品グループに分割されたとする。影の部分は商品グループを表わしている。

除いた対応関係コード表に対して再度グループ化をすることで得られるということは、切断の仕方によってサブグループに属する分類コードの構成や個数が決まるということである。このことは切断というのは対応関係コード表のグループ化に対する 1 つのモデルであると考えることができる。したがって、切断をしない対応関係のモデルを対応関係の基本モデル、切断によりサブグループ化された対応関係を対応関係の切断モデルとする。

1.5　対応関係におけるグループ化の例

分類基準 X による対応関係のグループ化の具体例として、X を $\{x_1,\cdots,x_8\}$ とする。X を基準とした分類 A と B から得られる FCD を分類 G とするとき、$fcd(A,B:X)\to G$ の関係が図 1 のように

示されているとする。グループ化の方法として $g_1 \in G$ を例にする。図 1 において、X の要素である x_1 を起点とすれば、(1-9) 式のグループ化のメカニズム、$X \to A \to X \to B \to X$、における 1 回目の繰り返し計算の結果は、

$$x_1 \xrightarrow{f_a} a_1 \xrightarrow{f_a^{-1}} x_1 \xrightarrow{f_b} b_1 \xrightarrow{f_b^{-1}} \{x_1, x_4\}$$

となる。X の x_1 から始まってもう一度 X に戻ったとき、異なった結果となる $\{x_1, x_4\}$ を得る。このことは得られた関係はまだ収束していない状態にあることを意味している。

そこで、$\{x_1, x_4\}$ を起点として 2 回目の繰り返し計算をおこなう。

$$\{x_1, x_4\} \xrightarrow{f_a} \{a_1, a_2\} \xrightarrow{f_a^{-1}} \{x_1, x_2, x_4\} \xrightarrow{f_b} \{b_1, b_2\} \xrightarrow{f_b^{-1}} \{x_1, x_2, x_4, x_5\}$$

X の $\{x_1, x_4\}$ から始まってもう一度 X に戻ったとき、異なった結果となる $\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$ を得る。このことは得られた関係はまだ収束していない状態にあることを意味している。さらに、$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$ を起点として 3 回目の繰り返し計算をおこなえば、

$$\{x_1, x_2, x_4, x_5\} \xrightarrow{f_a} \{a_1, a_2, a_3\} \xrightarrow{f_a^{-1}} \{x_1, \cdots, x_5\} \xrightarrow{f_b} \{b_1, b_2, b_3\} \xrightarrow{f_b^{-1}} \{x_1, \cdots, x_5\}$$

となる。X の $\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$ から始まってもう一度 X に戻ったとき、$\{x_1, \cdots, x_5\}$ を得るため、この関係はまだ収束していない状態にある。$\{x_1, \cdots, x_5\}$ を起点として 4 回目の繰り返し計算をおこなう。

$$\{x_1, \cdots, x_5\} \xrightarrow{f_a} \{a_1, a_2, a_3\} \xrightarrow{f_a^{-1}} \{x_1, \cdots, x_5\} \xrightarrow{f_b} \{b_1, b_2, b_3\} \xrightarrow{f_b^{-1}} \{x_1, \cdots, x_5\}$$

X の $\{x_1, \cdots, x_5\}$ から始まって $\{x_1, \cdots, x_5\}$ で終わっているので、この状態で収束したことになる。この段階で繰り返しの計算を中止する。この繰り返しは k が 4 で収束し、

(1-16) $$Q^*(x_1) = (f_b^{-1} f_b f_a^{-1} f_a)^2 (x_1) = \{x_1, \cdots x_5\}$$

と表される。ここで得られた $\{x_1, \cdots, x_5\}$ を分類 G の要素 g_1 へ対応させる。すなわち、基準となる分類の X から分類 G への類別関数 p_x により、

$$\{x_1, \cdots, x_5\} \xrightarrow{f_a} \{a_1, a_2, a_3\} \xrightarrow{p_a} g_1$$

となる。以上により $g_1 \in G$ に対して、基準となる分類の X から分類 G への類別関数 p_x で定義された FCD の条件を満足する $Q_1^*(x) = \{x_1, \cdots, x_5\}$ が求められる。

図 1 において、X の x_2 を起点とすれば、(1-9) 式のグループ化のメカニズムを通して (1-16) 式が得られる。ただし、このときの繰り返し計算の回数は 3 回である。起点によって繰り返し計算回の回数は必ずにも同じではないことに注意する必要がある。x_3、x_4、x_5 を起点としても、(1-9) 式のグループ化のメカニズムを通して同じ結果である (1-16) 式が求められる。

X の起点を x_6 とすることにより、X において新たなグループの $\{x_6, x_7\}$ が得られる。これは、

$$\{x_6, x_7\} \xrightarrow{f_a} \{a_4, a_5\} \xrightarrow{p_a} g_2$$

となり、$Q_2^*(x) = \{x_6, x_7\}$ が求められる。また、$Q_1^*(x) \cap Q_2^*(x) = \phi$ であり、$X = Q_1^*(x) \cup Q_2^*(x)$ となることから、(1-11) 式で示されたように、$Q_1^*(x)$ と $Q_2^*(x)$ は X を分割することも確かめることができる。

グループ化された分類 A と B の対応関係については (1-15) 式から求めることができる。例えばグループの g_1 は $Q_1^*(x) = \{x_1, \cdots, x_5\}$ であり、x_1 に対して、$(f_a(x_1), f_b(x_1)) = (a_1, b_1)$ となる。同じように、$i = 2 \cdots 5$ のときの x_i に対して $(f_a(x_i), f_b(x_i))$ となる。A と B の対応関係は図 1 において対応関係で示されており、

$$R_1(A, B : X) = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \cdots, (a_3, b_3)\}$$

である。$R_i(A, B, : X)$ を簡単に $R(g_i)$ とすることもある。以上をまとめると、A と B の対応関係は $(f_a(x_i), f_b(x_i))$ で求められる。グループ g_1 は対応関係のタイプ 4a であり、対応関係は (a_1, b_1)、

(a_2,b_2)、(a_3,b_3)、(a_2,b_1)、(a_3,b_2) から構成される。グループ g_2 は対応関係のタイプ3であり、対応関係は (a_4,b_4)、(a_5,b_4) である。、グループ g_3 は対応関係のタイプ1であり、(a_6,b_5) から構成される。

図2は分類 A、B、G はそれぞれ n 個、m 個、L 個の分類コードから構成されており、A と B の対応関係が p 個の商品グループに分割されたときの状態を A と B に対して図示したものである。A において n_i はグループ g_i に属する分類コードの個数を表している。n_1 と n_2 については3と2となる。B についても同様であり、m_1 と m_2 については3と1となる。影の部分は商品グループを表わしている。グループ化されている対応関係は対角線上にまとまって図示されることに注意する必要がある。この状態が閉じた対応関係にある分類コードの集まりという意味である。図1は図2における g_1 から g_3 までを取り出してその収束のメカニズムを示したものである。

2. 一般的な分類基準による対応関係のグループ化

前節において基準となる分類として X は一価関数として定義された類別関数の領域内で定義されているが、基準となる分類がベクトル値関数で定義された類別関数の領域で定義される一般的な分類 C であっても対応関係におけるグループ化のメカニズムを考慮できる。

また、分類基準となる X を前提として類別関数を説明しているが、実際の対応関係において X の存在は概念的には存在するものの具体的な表記としてそれが対応関係コード表に利用されることは極めて希である。商品分類の改訂に伴う新旧商品分類間の対応関係コード表の分類を A と B とすれば、X は個別主体であり商品一般を表しそれぞれの分類は X から A、X から B への写像として作成される。対応関係コード表は A と B の対応関係である（1-4）式から重複したものを取り除いて得られる。

例えば A は SITC-R1 であり B は SITC-R2 のような商品分類となり、両者の対応関係コード表は UN の出版による *Standard International Trade Classification Revision 2*［1975］に紹介されている。対応関係コード表として直接的に接続されているのは表記されている A と B の関係のみであり、X の存在は明示的には表示されていない。前述したように X は商品分類の例示品目に相当する。A と B の対応関係は X を省略しても同様なグループ化のメカニズムを考慮することができる。

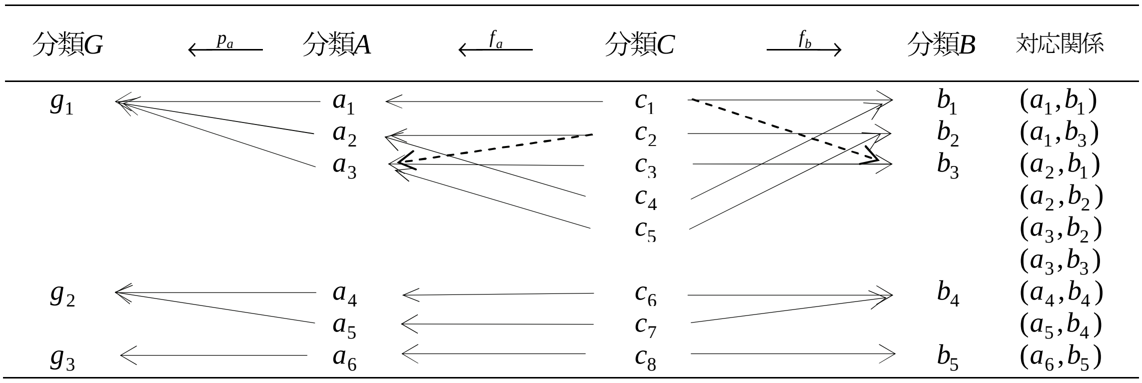
2.1　一般的な分類基準 C によるグループ化

分類基準 X における A と B のグループ化は（1-1）式の一価関数である類別関数が基礎となっている。しかし実際の分類において一価関数を領域とする分類基準は極めて稀であり、ベクトル値関数を類別関数としなければならない領域が一般的である。そのため一般的な分類基準 C を規準とする A と B の対応関係のグループ化の方法が必要になる。一価関数で定義された（1-1）式の f_a と f_b をベクトル値関数である h_a と h_b に置き換え、

(2-1)　$$h_a : C \to A\,,\ h_b : C \to B$$

とする。（1-1）式では f_a について（1-2）式が満たされ、$x \in X$ に対する $f_a(x)$ が複数個に配分されることはないのに対して、h_a は $c \in C$ に対する $h_a(c)$ は複数個の要素に配分されることを可能とする。すなわち、h_a は1つの $c \in C$ に対して n 個の $\{a_1 \cdots a_n\} \in A$ が対応しているときには、$h_a(c) = \{a_1 \cdots a_n\}$ と表される。h_b についても同様に複数個に配分可能とする。分類基準 C における、A と B の対応関係のグループ化のメカニズムは繰り返し演算を $c \in C$ を起点に、$C \to A \to C \to B \to C$ と

図3　分類 C を基準とした分類 A と B から得られる分類 G の $fcd(A,B:C)\xrightarrow{p_a}G$ の関係



（出所）著者作成

（注）分類 C,A,B,G が同一分類階層内に存在するとしたとき、分類 A と B の対応において分類 C を基準としてベクトル値の類別関数を $h_a:C\to A$ 、$h_b:C\to B$ 、さらに、一価関数の類別関数を $p_a:A\to G$ としている。本図は図 1 を基にして作成され、波線で示されているように c_1 と c_2 については対応する値が 2 つから構成されていおり、配分される構造を持っている。

して $c'\in C$ に戻ることでおこなう。A と B の閉じた対応関係は（1-9）式を適用し、

(2-2)　$Q^k(c)=\{c'\,|\,(h_b{}^{-1}h_b h_a{}^{-1}h_a)^k(c)=c',\ c,c'\in C\}$

により、$k\to\infty$ として $Q^*(c)$ を求めることで可能となる。(1-10) 式において $Q^*(x)$ を $Q^*(A,B:X)$ とおいたのと同じように $Q^*(c)$ は $Q^*(A,B:C)$ である。この繰り返しの回数は高々 C の要素の数に一致する。分類 G は、(1-13) 式に準拠して、

(2-3)　$p_c:Q^*(c)\to G$

とすることで得られる。(1-13) 式は合成関数を利用して p_x を定義しているが、(2-3) 式は一価関数を保証するために直接 $C\to G$ へと対応させている。したがって、p_c は一価関数の類別関数である [5] 。また、(1-8) 式に準拠させれば、

(2-4)　$fcd(A,B:C)\to G$

と表すことができる。(1-11) 式より $Q_i^*(c)\subset C$ となり、

$$Q_i^*(c)\cap Q_j^*(c)=\phi,\ (i\neq j)$$

であり、

$$C=Q_1^*(c)\cup\ \cdots\ \cup Q_L^*(c)$$

となる。したがって、C は $C/Q^*(c)$ となり、$Q^*(c)$ により L 個に分割される。

分類 C を基準としたときのグループ化された A と B の対応関係は、$c\in C$ に対して、

(2-5)　$R_i(A,B:C)=\{(h_a(c)\times h_b(c))\,|\ p_c(c)=g_i\}$

として得られる。$R_i(A,B,:C)$ を簡単に $R(g_i)$ とする。分類 A と B 対応関係は（1-15）式が $x\in X$ に対して $(f_a(x),f_b(x))$ であるの比べて、(2-5) 式が $c\in C$ に対して、$(h_a(c)\times h_b(c))$ となっていることに注意する必要がある。

2.2　分類基準 C によるグループ化の例

一般的な分類基準 C による対応関係のグループ化の具体例は以下のように示される。図 3 は $fcd(A,B:C)\to G$ の関係を図示したものであり、基本的には図 1 に基づいて作成されている。図 1 と違うところは、x_i を c_i と置き換え、ベクトル値関数である類別関数を利用して、$h_b(c_1)=\{b_1,b_3\}$ 、

$h_a(c_2) = \{a_2, a_3\}$ となるように配分構造を持っていることである。図 3 の c_1 と c_2 において波線で示されている対応関係が図 1 と異なっている個所である。

グループ化の方法として $g_1 \in G$ を例にする。図 3 において、C の要素である c_1 を繰り返し計算の起点とすれば、（1-9）式のグループ化のメカニズム、$C \to A \to C \to B \to C$、における 1 回目の繰り返し演算の結果は、

$$c_1 \xrightarrow{h_a} a_1 \xrightarrow{h_a^{-1}} c_1 \xrightarrow{h_b} \{b_1, b_3\} \xrightarrow{h_b^{-1}} \{c_1, c_3, c_4, c_5\}$$

となる。

C の c_1 から始まってもう一度 C に戻ったとき、異なった結果となる $\{c_1, c_3, c_4, c_5\}$ を得る。得られた関係はまだ収束していない状態にある。。そこで、2 回目の繰り返しをおこなうが、収束しないので、3 回目の繰り返しをおこなう。ここで得られた C の要素は $\{c_1, \cdots, c_5\}$ であり、これを起点として 4 回目の繰り返しをおこなえば、

$$\{c_1, \cdots, c_5\} \xrightarrow{h_a} \{a_1, a_2, a_3\} \xrightarrow{h_a^{-1}} \{c_1, \cdots, c_5\} \xrightarrow{h_b} \{b_1, b_2, b_3\} \xrightarrow{h_b^{-1}} \{c_1, \cdots, c_5\}$$

となり、この状態で収束したことになる。この繰り返し計算は k が 4 で収束し、

$$Q^*(c_1) = (h_b^{-1} h_b h_a^{-1} h_a)^4 (c_1) = \{c_1, \cdots c_5\}$$

と表される。ここで得られた $\{c_1, \cdots, c_5\}$ を分類 G の要素 g_1 へ対応させる。すなわち、基準となる分類の C から分類 G への類別関数 p_c により、

$$\{c_1, \cdots, c_5\} \xrightarrow{p_c} g_1$$

となる。以上により $g_1 \in G$ に対して、基準となる分類の C から分類 G への類別関数 p_c で定義された FCD の条件を満足する $Q_1^*(c) = \{c_1, \cdots, c_5\}$ が求められる。

C の起点を c_6 とすることにより、C において新たなグループの $\{c_6, c_7\}$ が得られ、$Q_2^*(c) = \{c_6, c_7\}$ が求められる。起点を c_8 とすることにより、C において新たなグループの $\{c_8\}$ が得られ、$Q_3^*(c) = \{c_8\}$ が求められる。また、$Q_1^*(c)$、$Q_2^*(c)$、$Q_3^*(c)$ は C を分割することも確かめることができる。

グループ化された分類 A と B の対応関係については（2-5）式から求めることができる。グループの g_1 は $Q_1^*(c) = \{c_1, \cdots, c_5\}$ であり、c_1 に対して、

$$\{h_a(c_1) \times h_b(c_1)\} = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2)\}$$

となる。同じように、$i = 2 \cdots 5$ のときの c_i に対して $(h_a(c_i) \times h_b(c_i))$ となる。A と B の対応関係は図 3 において対応関係で示されており、

$$R_1(A, B : C) = (R(g_1) = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \cdots, (a_3, b_3)\}$$

である。c_2 と c_5 から同じ対応関係の（a_3, b_2）が得られていることに注意する必要がある。すなわち、c_2 については、

$$\{h_a(c_2) \times h_b(c_2)\} = \{(a_2, a_3) \times (b_2)\} = \{(a_2, b_2), (a_3, b_2)\}$$

であり、c_5 については、$\{h_a(c_5) \times h_b(c_5)\} = \{(a_3, b_2)\}$ である。両者に (a_3, b_3) が含まれている。図 3 において、c_5 から得られた (a_3, b_3) については既に同じものが存在するので省略している。グループの g_2 と g_3 についても図 3 から同じように対応関係が求められる。A と B の対応関係において、グループの g_1 は対応関係のタイプ 4a、グループ g_2 と g_3 はそれぞれタイプ 3 とタイプ 1 である。

2.3　分類基準の存在しないグループ化

分類基準 X あるいは C が存在するとき、A と B における閉じた関係を作るために、X あるいは C を起点として繰り返し計算を行っていた。この繰り返し計算は A を起点として A に戻ることでおこなうことも可能である。分類基準を X とするとき、A を起点とした k 回目の繰り返し計算を、

(2-6) $Q^k(a) = \{a' | (f_a f_b^{-1} f_b f_a^{-1})^k (a) = a',$
$a, a' \in A\}$

とする。ここで、X から A と B への類別関数は（1-1）式で与えられ一価関数で定義される。それに対して、ベクトル値関数の類別関数として $h = f_b f_a^{-1}$ とおけば、

(2-7) $h(a) = f_b f_a^{-1}(a) = \{b \mid f_b(x) = b,$
$f_a(x) = a, (a,b) \in A \times B\}$

となる。ここで、$h: A \to B$ との対応関係が定義できるが、(2-7) 式は（1-5）式において示した h と同じ内容を示している。分類 X が存在しないときには（2-6）式の類別関数の f_a と f_b は定義されていないため、h も定義されない。しかし、A と B が対応関係コード表により直接対応しているときには両者の対応関係は存在するため、この関係を類別関数 h として利用することができる。すなわち、h は $h = f_b f_a^{-1}$ と合成関数により定義するか、または A と B の対応関係により直接定義することができる。

したがって、X が存在しないときの A と B のグループ化のメカニズムは、繰り返し計算を A を起点に、$A \to B \to A$、として A に戻ることでおこなうことで可能となる。

繰り返し計算のための（2-5）式を $h = f_b f_a^{-1}$ と置き換えれば、k 回目の繰り返しで得られる A と B の閉じた関係は、

(2-8) $Q(a)^k = \{a' | (hh^{-1})^k (a) = a',$
$a, a' \in A\}$

と表わされ、分類基準 X の存在なしで表現できる。繰り返し計算は、

$$Q^*(a) = (hh^{-1})^k (a), \quad as\ k \to \infty$$

で収束する。この繰り返しの回数は高々A の要素の数に一致する。また、グループの分類 G に対して、(1-6) 式より、一価関数である p_a により $p_a: Q^*(a) \to G$ である。$g_i \in G$ に対して、

$$Q_i^*(a) = \{a \mid p_a(a) = g_i \ a \in A\}$$

とすれば、

$$Q_i^*(a) \cap Q_j^*(a) = \phi, \quad (i \neq j)$$

となる。したがって、A は $Q^*(a)$ で L 個に分割され、

$$A = Q_1^*(a) \cup \cdots \cup Q_L^*(a)$$

で表わされ、$A / Q^*(a)$ となる。分類 G は A と B の FCD であるが、分類基準 X が存在しないのでその変わりに ϕ とおけば、

(2-9) $fcd(A, B, \phi) \to G$

と表すことができる。

分類基準を C とするとき、A を起点とした k 回目の繰り返し計算を、

$$Q^k(a) = \{a' | (h_a h_b^{-1} h_b h_a^{-1})^k (a) = a',$$
$$a, a' \in A\}$$

とする。ここで、$h = h_b h_a^{-1}$ とおけば、h はベクトル値の類別関数であり、(2-7) 式において f_a を h_a、f_b を h_b と置き換えたものが求められる。したがって、分類基準が存在しないとき、分類基準が X あるいは C の如何にかかわらず、繰り返し計算のメカニズムは（2-8）式で与えられる。

グループ化された A と B の対応関係は、$a \in A$ に対して、

(2-10) $R_i(A, B: \phi) = \{(a, h(a)) \mid p_a(a)$
$= g_i\}$

として得られる。$R_i(A, B,: \phi)$ を簡単に $R(g_i)$ とする。h はベクトル値関数なので 1 つの a に対して複数個の $h(a)$が存在することもあることに注意する必要がある。。

2.4　対応関係コード表の基本モデル

分類基準の存在しない分類 A_1 と A_2 の対応関係のグループ化における例として、A_1 を SITC-R2、A_2 を SITC-R3 としたときの対応関係コード表の基本モデルを取り上げる。この対応関係コード表は SITC-R2 における分類コード数の 1,832 と SITC-R3 のそれの 3,121 が対応している。SITC-R2 から SITC-R3 方向に対する対応関係のタイプのグ

表 1　SITC-R2（A_1）と SITC-R3（A_2）のグループ化された対応関係コード表（基本モデル）の例

G_i	j	t	A_1	A_2	A_1-f	A_2-f	A_1-Q	A_2-Q	
:									
0112	1	2	08193	08151	3	1	167	321	
0112	1	2	08193	08152	3	1	167	322	
0112	1	2	08193	08153	3	1	167	323	
0113	1	1	08194	08194	1	1	168	324	
0114	1	4a	08111	08111	1	2	149	301	
0114	1	4a	08119	08111	4	2	151	301	
0114	1	4a	08119	08119	4	1	151	304	
0114	1	4a	08119	08199	4	2	151	326	
0114	1	4a	08119	0986	4	3	151	339	*
0114	1	4a	08199	08195	2	1	169	325	
0114	1	4a	08199	08199	2	2	169	326	
0114	1	4a	09806	0986	1	3	178	339	
0114	1	4a	2924	29241	4	1	383	615	
0114	1	4a	2924	29242	4	1	383	616	
0114	1	4a	2924	29249	4	1	383	617	
0114	1	4a	2924	29297	4	2	383	632	
0114	1	4a	29298	0986	3	3	392	339	**
0114	1	4a	29298	29297	3	2	392	632	
0114	1	4a	29298	29299	3	1	392	633	
:									
0126	1	3	12111	1211	1	2	192	359	
0126	1	3	12119	1211	1	2	193	359	
:									
0131	1	4b	2111	21111	3	2	200	367	
0131	1	4b	2111	21112	3	2	200	368	
0131	1	4b	2111	21113	3	1	200	369	
0131	1	4b	2112	21111	3	2	201	367	
0131	1	4b	2112	21112	3	2	201	368	
0131	1	4b	2112	2112	3	1	201	370	
:									
:									

（出所）著者作成。

（注）A_1 は SITC-R2、A_2 は SITC-R3 を表わしている。、$G_i(j)$：グループおよびサブグループを表し、G_i はグループの一連番号、j はそのサブグループの一連番号である。t はグループあるいはサブグループの対応関係のタイプを表す。A_1 は分類 A_1 の分類コード、A_2 は分類 A_2 の分類コードを表す。$A_{1-}f$ は A_1 分類コードの頻度、$A_{2-}f$ は A_2 の分類コードの頻度を表す。$A_{1-}Q$ は A_1 内で分類コードを昇順に並べたときの一連番号、$A_{2-}Q$ は A_2 内で分類コードを昇順に並べたときの一連番号を表す。グループ番号が 0114 において、対応関係に*と** がついているものは切断モデルにおける切断の要素を表している。

図 4　SITC-R2 と SITC-R3 の対応関係コード表における商品グループ 0114 の対応関係（タイプ 4b）

$G_i(j)$	Description of A_k	A_k		A_{k+1}	Description of A_{k+1}
$G_{114}(1)$	Sweetened forage, feeds nes	08199		08195	Dog, cat food for retail sale
				08199	Animal food preparations
	Vegitable products for animal	08119		08119	Vegitable products for animal
	Cereal strow and hunks	08111		08111	Cereal strow and hunks
$G_{114}(2)$	Natural yeast	09806		0986	Yeasts
$G_{114}(3)$	Vegitable products, nes	29298		29299	Vegitable materials nes
				29297	Sea weeds and other algae
				29241	Liquorice roots
				29242	Ginseng roots
	Plants used in pharmacy nes	2924		29249	Oth.plants used in pharmacy

（出所）表 1 におけるグループ番号が 0114 の SITC-R2 と SITC-R3 の対応関係コード表に基づき著者作成。

（注）A_k は SITC-R2、A_{k+1} は SITC-R3 を表している。Description of A_k は A_k の内容を示している。$G_i(j)$ は商品グループ i に対するサブグループ j を表している。本表では i は 114 であり、j は 1 から 3 まで存在する。実線は対応関係を示しており、波線は切断の要素である。

ループ数はタイプ 1 が 356、タイプ 2 が 22、タイプ 3 が 250、タイプ 4a が 29、タイプ 4b が 41 の合計 1,669 個から構成されている。また、対応関係のタイプの個数はタイプ 1 が 356、タイプ 2 が 49、タイプ 3 が 923、タイプ 4a が 186、タイプ 4b が 3,805 の合計 5,319 個から構成されている。

基本モデルとしての分類 A_1 と A_2 の対応関係をグループ化するための PL/I によるプログラムが ClcVP6_P.pli である。ClcVP6_P.pli を利用した対応関係コード表の結果の一部は表 1 に示されている。この表は対応関係の基本モデルにおいて、対応関係のグループ g_i の一連番号が 0112 から 0131 までの一部を表示している。この表の各項目の記号とそれが示す内容は次のように表される。

（1） $G_i(j)$ はグループおよびサブグループを表し、G_i はグループの一連番号、j はそのサブグループの一連番号である。基本モデルの対応関係ではサブグループは存在しないので、グループ化された j はすべて 1 となっている。

（2） t はサブグループの対応関係のタイプを表す。

（3） A_1 は分類 A_1 の分類コード、A_2 は分類 A_2 の分類コードを表す。

（4） $A_{1\_}f$ は A_1 の分類コードの頻度、$A_{2\_}f$ は A_2 の分類コードの頻度を表す。

（5） $A_{1\_}Q$ は A_1 内で分類コードを昇順に並べたときの一連番号、$A_{2\_}Q$ ： A_2 内で分類コードを昇順に並べたときの一連番号を表す。

表 1 において、影で示されている A_1 の要素の $\{08111\}$ を起点とすれば、この起点を含むグループは（2-7）式のグループ化のメカニズムにおいて A を A_1、B を A_2 と置き換えることにより、$A_1 \to A_2 \to A_1$ の繰り返し計算により求めることができる。結果は、 $g_i \in G$ に対して、

$$Q_i^*(08111) = \{08111,08119,08199,09806,\\ 2924,29298\}$$

となる。表 1 では g_i は $\{0114\}$ として示されているので、 p_a は、$\{08111,08119,\cdots,29298\} \to \{0114\}$ となるように決められたことになる。また、グループ化された A_1 と A_2 の対応関係は（2-9）式より求められ、$a \in A_1$ に対して、$(a, h(a))$ となる。表 1 からわかるように、a が $\{08111\}$ のときは、$h(a)$ は $\{08111\}$ であるので、対応関係は（08111,08111）となる。。a が $\{08119\}$ のときは、$h(a)$ は $\{08111, 08119,08199,0986\}$ となり、4 個の要素が存在する。対応関係は、（08119,08111）、（08119,08119）、（08119, 08199）、（08119,0986）となる。表 1 において A_1 の 08111 に対応する A_1-f は 4、 A_2 の 08111、08119、08199、0986 に対応する A_2-f はそれぞれ 2,1,2,3 であることを表している。同じようにしてグループ 0114 の対応関係が求められる。したがって、グループ番号が 0114 で表されている対応関係は SITC-R2 である A_1 が 08111、08119、08199、09806、2924、29298 となる 6 個の分類コードと SITC-R3 である A_2 が 08111、08119、08195、08199、0986、29241、29242、29249、29297、29299 となる 10 個の分類コードから構成さ、その対応関係はタイプは 4a となる。グループが 0114 である対応関係の個数は 15 である。表 1 において対応関係のタイプ 1 であるグループは 0113、タイプ 2 は 0112、タイプ 3 は 0126、タイプ 4b は 0131 である。

グループ 0114 で表わされる対応関係の基本モデルを図示したのが図 4 である。この図において A_k は SITC-R2、A_{k+1} は SITC-R3、$G_i(j)$ は商品グループであり、i は商品グループの一連番号、j は i に対するサブグループ、実線と波線は対応関係を表している。この図において波線をすべて実線に置き換え、j をすべて 1 に置き換えたのがグループの 0114 である。この図から SITC-R2 の 08119 が SITC-R3 の 08199、08119、08111、0986 に対応しているのを見ることができ、前者の対応関係の頻度は 4、後者のそれはそれぞれ 2,12,3 であることも確かめられる。

SITC-R2 と SITC-R3 の対応関係のグループの大きさは両者の分類コードの個数と対応関係の個数で決められる。対応関係のタイプ 1 とタイプ 3 以

表 2　SITC-R2 と SITC-R3 における対応関係の数の多い順に並べられた商品グループ

G_i	j	t	A_1-n	A_2-n	m	G_i	j	t	A_1-n	A_2-n	m	G_i	j	t	A_1-n	A_2-n	m
0950	1	4b	525	1014	2850	0765	1	4a	5	20	24	0824	1	4b	3	5	11
0604	1	4b	44	112	391	0556	1	4b	9	9	18	0024	1	2	1	10	10
0898	1	4b	54	36	270	0740	1	4b	6	10	18	0708	1	4a	4	6	9
0378	1	4b	11	34	45	0832	1	2	1	18	18	0863	1	2	1	9	9
0212	1	4b	17	23	44	0914	1	4b	3	12	16	:					
0063	1	4a	18	21	38	0114	1	4a	6	10	15	0985	1	2	1	2	2
0729	1	4b	6	27	35	0158	1	4b	6	4	15	0988	1	2	1	2	2
0703	1	4a	10	19	28	0809	1	4b	4	8	14	0989	1	2	1	2	2
0661	1	4a	6	22	27	0783	1	4b	4	8	12	0990	1	2	1	2	2
0649	1	4b	2	17	24	0023	1	4a	2	10	11	0997	1	2	1	2	2

（出所）著者作成。

（注）A_1 は SITC-R2、A_2 は SITC-R3 を表わしている。、$G_i(j)$ と t は表 1 に同じ。A_1-n は分類 A_1 の分類コードの数、A_2-n は分類 A_2 の分類コードの数、m は対応関係の数を表す。本表は m の大きい順に並べられている

表 3　SITC-R2（A_1）と SITC-R3（A_2）のグループ化された対応関係コード表（切断モデル）の例

G_i	j	t	A_1	A_2	A_1-f	A_2-f	A_1-Q	A_2-Q
(1)　切断モデル No.1								
0114	0	0	08119	0986	0	0	1	2 *
0114	0	0	29298	0986	0	0	3	2 **
0114	1	4a	08111	08111	1	2	1	1
0114	1	4a	08119	08111	3	2	2	1
0114	1	4a	08119	08119	3	1	2	2
0114	1	4a	08119	08199	3	2	2	4
0114	1	4a	08199	08195	2	1	3	3
0114	1	4a	08199	08199	2	2	3	4
0114	2	1	09806	0986	1	1	4	5
0114	3	4a	2924	29241	4	1	5	6
0114	3	4a	2924	29242	4	1	5	7
0114	3	4a	2924	29249	4	1	5	8
0114	3	4a	2924	29297	4	2	5	9
0114	3	4a	29298	29297	2	2	6	9
0114	3	4a	29298	29299	2	1	6	10
(2)　切断モデル No.2								
0114	0	0	29298	0986	0	0	2	1 **
0114	1	4a	08111	0811	1	2	1	1
0114	1	4a	08119	0811	4	2	2	1
0114	1	4a	08119	08119	4	1	2	2
0114	1	4a	08119	08199	4	2	2	4
0114	1	4a	08119	0986	4	2	2	5 *
0114	1	4a	08199	08195	2	1	3	3
0114	1	4a	08199	08199	2	2	3	4
0114	1	4a	09806	0986	1	2	4	5
0114	2	4a	2924	29241	4	1	5	6
0114	2	4a	2924	29242	4	1	5	7
0114	2	4a	2924	29249	4	1	5	8
0114	2	4a	2924	29297	4	2	5	9
0114	2	4a	29298	29297	2	2	6	9
0114	2	4a	29298	29299	2	1	6	10
(3)　切断モデル No.3								
0114	0	0	08119	0986	0	0	1	2 *
0114	1	4a	08111	0811	1	2	1	1
0114	1	4a	08119	0811	4	2	2	1
0114	1	4a	08119	08119	4	1	2	2
0114	1	4a	08119	08199	4	2	2	4
0114	1	4a	08119	0986	4	2	2	5
0114	1	4a	08199	08195	2	1	3	3
0114	1	4a	08199	08199	2	2	3	4
0114	2	4a	29298	0986	1	2	6	5 **
0114	2	4a	09806	0986	1	2	4	5
0114	2	4a	2924	29241	4	1	5	6
0114	2	4a	2924	29242	4	1	5	7
0114	2	4a	2924	29249	4	1	5	8
0114	2	4a	2924	29297	4	2	5	9
0114	2	4a	29298	29297	2	2	6	9
0114	2	4a	29298	29299	2	1	6	10

（出所）表 1 に同じ。

外のグループの状況が表2に示されている。この表において、$A_{1\_}n$ は SITC-R2 である A_1 分類コードの個数、$A_{2\_}n$ は SITC-R3 である A_2 の分類コードの個数、m は A_1 と A_2 の対応関係の個数表わしている。この表は m の大きい順に並べて示されている。表1で表されたグループの0114は表2において影が付けられている G_i が0114の行に示され、A_1 の6個の分類コードと A_2 の10個の分類コードから構成されている。その対応関係はタイプは4aであり、対応関係の個数は15である。

表2においてグループの0950は A_1 の5,25個の分類コードと A_2 の1,014個の分類コードから構成され、その対応関係はタイプは4bであることが示されている。これは商品分類コードにその他の関連商品等がふくまれているために最大規模のグループを構成おり、対応関係の個数は2,850である。

2.5 対応関係コード表の切断モデル

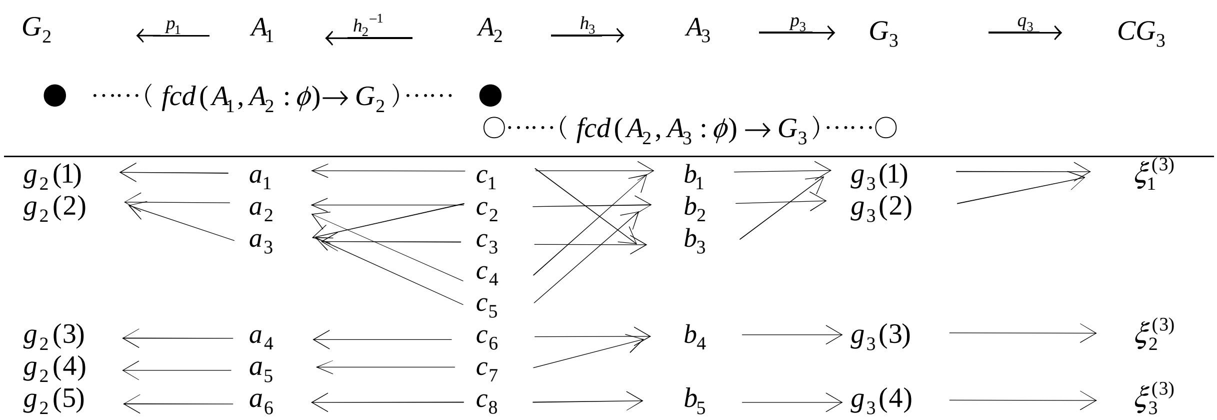
商品グループの規模が大きくなったときには野田・山本［1995］の切断という方法によるサブグループ化で関連する商品分類コードをまとめることができる [6]。対応関係における切断モデルにはグループ内に切断の要素も含んでおり、その要素はサブグループの特別な状態として解釈される。表1で示された対応関係のグループの0114を切断する例を示す。前述したようにこの対応関係は図4に示されている。この図においてグループの0114はSITC-R2を表している A_1 の3桁レベル分類コードを基準とするとき、大雑把に言えば081、098、292の3つの集まりから構成されていることがわかる。この集まりを結びつけているのが破線で示されている2つの対応関係である。もしこの2つの対応関係が無視していいほどの些細な対応関係であれば、これらを切断の要素として取り除くことができる。この2本の波線を切断の要素としてグループから取り除くと3つのサブグループに分かれることが図示される。これが2本の波線を切断の要素としたときの対応関係における切断モデルである。

この切断モデルの切断の要素は表1において影で示されている A_1 の08119と A_2 の0986の対応関係（* が付いている）、A_1 の29298と A_2 の0986の対応関係（** が付いている）である。切断モデルの作成はこの2つの対応関係における項目 j の1を0に置き換える。これを入力データとしてClcVP7.pliを実行すれば表3にある（1）の対応関係コード表の切断モデルNo.1が求められる [7]。この切断モデルは3つのサブグループから構成されている。この表において項目 j が0のところは切断の要素である。項目 j が1のところは第1番目のサブグループであり、対応関係のタイプ4aとなっている。項目 j が2のところは第2のサブグループ、j が3は第3のサブグループであり、それぞれ対応関係はタイプ1とタイプ4aである。

表3の（1）における切断の要素の中で、最初の対応関係（* が付いている対応関係）は重要な関係にあることが知られているときにはこれを切断の要素として取り除くわけにはいかない。2番目だけが切断の要素となる。このとき得られるのが表3にある（2）の対応関係コード表の切断モデルNo.2であり、2つのサブグループから構成されている。それぞれ対応関係は共にタイプ4aである。同じように、切断の要素の中で1番目だけを切断の要素としたのが表3の（3）に示されている切断モデルのNo.3である。

本章では省略しているが、対応関係のタイプ4aは配分ウエイトを推計するときに解が一意的に得られるのに対して、タイプ4bはそうではない。したがって、対応関係のタイプ4bを切断することでタイプ4aにすることができれば、配分ウエイトの推計において安定した解が得られることになる。また、グループが大きくて配分ウエイトの推計が不可能なときも切断により推計可能な状態までグループを小さくすることができる。しかし、野田・山本［1995］が指摘しているように、切断後も一

図 5　分類基準 A_2 において G_1 と G_2 を考慮したときの A_1 と A_3 の対応関係のグループ化



（出所）著者作成

（注）分類 A_{k-1} と A_k の対応において類別関数を、$h_k : A_{k-1} \to A_k$、$p_k : A_k \to G_k$、$q_k : G_k \to CG_k$ としている。

般的にはサブグループは大きくしかも対応関係のタイプ 4b のままの状態が維持されることが多い。対応関係の切断モデルが必ずしも変換に対して絶対的なものでないことに注意する必要がある。

3.　対応関係コード表の連結とグループ化

分類規準 X または C の存在の有無にかかわらず A_1 と A_2 が対応関係コード表として存在しているとき、A_1 と A_2 の間の対応関係コード表のグループ化は可能であり、同じように A_2 と A_3 が対応関係コード表として存在しているとき A_2 と A_3 のそれのグループ化も可能である。両者のグループ化された対応関係コード表において、共通に存在する A_2 により、3 つの分類から構成される A_1, A_2, A_3 の間の対応関係コード表の作成は可能であり、しかもその対応関係コード表はグループ化することだできる。

このようにグループ化された 2 つの対応関係コード表が存在し、しかも共通に存在する分類が得られるとき、この 2 つのグループ化された対応関係コード表を連結してさらなる対応関係コード表を作成することができる。この連結を A_2 を基準とする A_1, A_2, A_3 における対応関係コード表の連結といい、簡単に A_1, A_2, A_3 の対応関係コード表の連結という。さらに、A_2 を基準として直接的には関係がないかもしれない A_1 と A_3 のグループ化された対応関係コード表も作成できる。

一般的な分類基準を A_2 としたときの A_1 と A_3 のグループ化された対応関係コード表のメカニズムが図 4 に示されている。この図は一般的な分類基準である C の FCD のメカニズムを示した図 2 において、C を A_2、B を A_1、A を A_3、G を CG_3 に置き換えたものである。ベクトル値関数である類別関数を、

(3-1)　　$h_k : A_{k-1} \to A_k$

とする。(3-1）式は（2-1）式を置き換えたものである。繰り返し計算は A_2 を起点に、$A_2 \to A_1 \to A_2 \to A_3 \to A_2$、により A_2 へ戻ることでおこなう。k 回目の繰り返し計算は、

(3-2)　$$Q^k(A_1, A_3 : A_2) = \{c' \mid (h_3^{-1} h_3 h_2 h_2^{-1})^k(c) = c', c, c' \in A_2\}$$

と表される。この繰り返し計算は $Q^*(A_1, A_3 : A_2)$ で収束する。

3 つの分類の A_1, A_2, A_3 により連結されたグループの分類を CG_3 とする。グループ化のためには

$A_3 \to CG_3$ となる類別関数が必要である。(1-6)式に準拠して、FCD 作成のときの一価関数である類別関数を、

(3-3) $$p_k : A_k \to G_k$$

とすれば、$A_3 \to G_3$ となる p_3 が得られる。また、一価関数の類別関数を、

(3-4) $$q_k : G_k \to CG_k$$

とすれば、$G_3 \to CG_3$ となる q_3 が得られる。p_k^* を p_k と q_k の合成関数として、

(3-5) $$p_k^* = q_k(p_k) : A_k \to CG_k$$

とする。p_3^* は一価関数の類別関数であり、$A_3 \to CG_3$ となる。したがって、A_1, A_2, A_3 により連結された対応関係コード表は CG_3 によりグループ化される。CG_3 の要素の数を n_3、$i = 1 \cdots n_3$ に対して、$c \in A_2$ と $\xi_i^{(3)} \in CG_3$ とすれば、

$$Q_i^*(c) = \{c \mid p_3^*(h_3(c)) = \xi_i^{(3)}\}$$

と表わされ、(1-12) 式より、$Q_i^*(c) \cap Q_j^*(c) = \phi$, $(i \neq j)$ となり、A_2 は $Q^*(c)$ で分割され、

$$A_2 / Q^*(c) = Q_1^*(c) \cup \cdots \cup Q_{n_3}^*(c)$$

で表わされる。分類規準を A_2 とした A_1 と A_3 の FCD である CG_3 は (2-3) 式から、

(3-6) $$fcd(A_1, A_3 : A_2) \to CG_3$$

と表わされる。

3.1　分類基準を A_2 とした G_2 と G_3 のグループ化

分類規準の存在しない A_1 と A_2 の対応関係コード表と分類規準の存在しない A_2 と A_3 の対応関係コード表が存在し、その FCD をそれぞれ G_2 と G_3 とする。図 4 はこの両者の FCD 作成のメカニズムを共通に存在する A_2 を基にして組み合わせて作成したものである。

A_1 と A_2 の対応関係コード表のグループ化のメカニズムは図 5 において、●…($fcd(A_1, A_2 : \phi)$ $\to G_2$)…●、の付いている個所でに示されている。繰り返し計算は A_2 を起点に、$A_2 \to A_1 \to A_2$、により A_2 へ戻ることでおこなわれ、グループの分類である G_2 が作成される。k 回目の繰り返し計算は (3-1) 式より、

(3-7) $$Q^k(A_1, A_2 : \phi) = \{c' \mid (h_2 h_2^{-1})^k(c) = c',\ c, c' \in A_2\}$$

となる。この繰り返しは、$Q^*(A_1, A_2 : \phi)$ で収束する。(3-3) 式より、G_2 は、$p_2 : A_2 \to G_2$ から求めることができる。図 5 では $p_2 : A_2 \to G_2$ では表現し難いため、

$$Q^*(A_2, A_1 : \phi) = Q^*(A_1, A_2 : \phi)$$

なので、p_2 の代わりに $p_1 : A_1 \to G_2$ から求めている [8]。A_2 は $Q^*(A_1, A_2 : \phi)$ により分割される。したがって、分類規準の存在しない A_1 と A_2 から得られる FCD は、

(3-8) $$fcd(A_1, A_2 : \phi) \to G_2$$

となる。

同じように (3-1) 式の類別関数を利用することにより、A_2 と A_3 の対応関係のグループ化のメカニズムが求められ、図 5 において、○…($fcd(A_2, A_3 : \phi) \to G_3$)…○、の付いている個所に示されている。繰り返し計算は A_2 を起点に、$A_2 \to A_3 \to A_2$、により A_2 へ戻ることでおこなう。k 回目の繰り返し計算は、

(3-9) $$Q^k(A_2, A_3 : \phi) = \{c' \mid (h_3^{-1} h_3)^k(c) = c',\ c, c' \in A_2\}$$

となる。この繰り返しは、$Q^*(A_2, A_3 : \phi)$ により収束する。グループ G_3 は (3-3) 式より、$p_3 : A_3 \to G_3$ で求められる。A_2 は $Q^*(A_2, A_3 : \phi)$ で分割される。したがって、分類規準の存在しない A_2 と A_3 から得られる FCD は、

(3-10) $$fcd(A_2, A_3 : \phi) \to G_3$$

となる。

次に、一般的な分類基準の A_2 から G_2 と G_3 の

FCD を求める。A_2 から G_2 と G_3 の対応関係のグループ化のメカニズムは図 5 に示されている。A_2 から G_2 への類別関数は (3-3) 式である。しかし、図 5 では前述したように、p_2 の代わりに $p_1(h_2^{-1})$ として、$A_2 \to A_1 \to G_2$ の合成関数として求めている。A_2 から G_3 への類別関数は図 5 より $A_2 \to A_3 \to G_3$ の合成関数として求められ、$p_3(h_3)$ となる。一般的な分類基準 A_2 から G_2 と G_3 へのそれぞれベクトル値である類別関数が定義できるので、分類基準を A_2 としたときの G_2 と G_3 の FCD が得られる。(2-1) 式に準拠する類別関数を、

(3-11)　$p_1(h_2^{-1}) : A_2 \to G_2$，$p_3(h_3) : A_2 \to G_3$

とする。A_2 を分類基準とする G_2 と G_3 の対応関係のグループ化のメカニズムは図 5 に示されているように、繰り返し計算は A_2 を起点に、$A_2 \to G_2 \to A_2 \to G_3 \to A_2$ により A_2 へ戻ることでおこなうことができる。k 回目の繰り返し計算は、

(3-12)　$h^* = (h_3^{-1} p_3^{-1} p_3 h_3)(h_2 p_1^{-1} p_1 h_2^{-1})$

とすれば、$c, c' \in A_2$ に対して、

(3-13)　$Q^k(G_2, G_3 : A_2) = \{c' \mid (h^*)^k(c) = c'\}$

とすることで得られる。この繰り返し計算は、$Q^*(G_2, G_3 : A_2)$ で収束し、A_2 は $Q^*(G_2, G_3 : A_2)$ により分割される。すなわち、一般的な分類基準を A_2 とした G_2 と G_3 の FCD は、

(3-14)　$fcd(G_2, G_3 : A_2) \to CG_3^*$

として求められる。CG_3^* については (3-6) 式の CG_3 との関係が問題になるが、後述するように両者は一致することが示される。

3.2　分類基準のない A_1, A_2, A_3 のグループ化

一般的な分類基準を A_2 とした A_1 と A_3 の FCD のメカニズムより求められた $Q^*(A_1, A_3 : A_2)$ と、同じく分類基準を A_2 とした G_2 と G_3 のメカニズムより求められた $Q^*(G_2, G_3 : A_2)$ は一致することを示す。すなわち、(3-6) 式の CG_3 と (3-14) 式の CG_3^* は一致することを示す。(3-3) 式の p_k は、$A^* \subset A_k$ に対して、$p_k^{-1} p_k(A^*) = A^*$ となり、$g \in G_k$ に対して $p_k p_k^{-1}(g) = g$ となる [9]。このことを利用すれば、$p_1^{-1} p_1(h_2^{-1}(A^*)) = h_2^{-1}(A^*))$、となる。(3-12) 式において、$A^* \subset A_2$ とすれば、$h_2^{-1}(A^*) \subset A_1$ なので、

$$
\begin{aligned}
&h_2 p_1^{-1} p_1 h_2^{-1}(A^*) = h_2\{p_1^{-1} p_1(h_2^{-1}(A^*))\} \\
&= h_2 h_2^{-1}(A^*)
\end{aligned}
$$

となる。同じように (3-12) 式において、$A^* \subset A_2$ とすれば、$h_3(A^*) \subset A_3$ なので、

$$
\begin{aligned}
&h_3^{-1} p_3^{-1} p_3 h_3(A^*) = h_3^{-1}\{p_3^{-1} p_3(h_3(A^*))\} \\
&= h_3^{-1} h_3(A^*)
\end{aligned}
$$

となる。(3-12) 式は、$h^* = (h_3^{-1} h_3)(h_2 h_2^{-1})$ と表わされる。この式は (3-2) 式の類別関数に一致する。すなわち、$Q^*(A_1, A_3 : A_2)$ と $Q^*(G_2, G_3 : A_2)$ は同値であり、(3-6) 式の CG_3 と (3-14) 式の CG_3^* は一致する。

商品分類を始め多くの分類間の対応関係コード表において分類基準が存在していることはほとんど考えられない。したがって、分類基準の存在しない A_1 と A_2 の対応関係コード表と A_2 と A_3 の対応関係コード表が準備されているとき、共通に存在する A_2 を基にして A_1, A_2, A_3 を連結することは可能である。この式が (3-6) 式である。さらに、両対応関係コード表のグループ化された分類 G_2 と G_3 に対して A_2 を基にしてグループ化することも可能である。この式が (3-14) 式である。ここで重要なことは、両者から得られた CG_3 と CG_3^* は一致することである。

3.3　A_1, A_2, A_3 の連結とグループ化

共通に存在する分類 A_2 に対する A_1, A_2, A_3 の対応関係の連結は、分類基準の X あるいは C が存在するときは A_1 と A_2、同じく A_2 と A_3 がそれぞれグループ化された対応関係コード表であるとす

る。分類基準が存在しないときはそれらの変わりにϕとして、グループ化された対応関係コード表があることを前提とする。本節では分類基準の存在しない対応関係コード表を対象とする。

以下、A_1, A_2, A_3の対応関係における連結のための処理過程である。

［1］分類A_1とA_2のグループ化はϕを分類規準として、A_1とA_2から得られた FCD をG_2として求める。この FCD は（3-8）式で表わされる。

［2］分類A_2とA_3のグループ化はϕを分類規準として、A_2とA_3から得られた FCD をG_3として求める。この FCD は（3-10）式で表わされる。

［3］CG_2をG_2とする。

［4］A_2に基づいてCG_2とG_3の FCD を求め、グループの分類をCG_3とする。この FCD は(3-14)式で表わされるが、後述するように、$CG_3{}^* = CG_3$である。

［5］グループCG_3の作成には$A_2 \to A_3 \to CG_3$となる類別関数の（3-5）式を利用して求める。

［6］A_1, A_2, A_3の対応関係コード表は（3-15）式より求められる。

対応関係における連結のための処理過程の［4］において、A_2を基準とするCG_2とG_3の対応関係は、$i = 1 \cdots n_3$に対して$\xi_i^{(3)} \in CG_3$、$c \in A_2$として、$R_i(CG_2, G_3 : A_2) = R_i$とすれば、

$$R_i = \{(p_1 h_2{}^{-1}(c) \times p_3 h_3(c)) \mid p_3^* h_3(c) = \xi_i^{(3)}\}$$

となる。グループ化された対応関係コード表は対応関係のすべての集まりとして求められる。

分類基準をA_2としたときに連結されたグループA_1, A_2, A_3の対応関係は（2-5）式に準拠して求められ、$R_i(A_1, A_2, A_3 : A_2) = R_i$とすれば、

$$R_i = \{(h_2{}^{-1}(c) \times c \times h_3(c)) \mid p_3^* h_3(c) = \xi_i^{(3)}\} \qquad \text{(3-15)}$$

と表わされる。対応関係コード表は対応関係のすべてんの集まりとして求められる。

さらに、連結されグループ化されたA_1, A_2, A_3の対応関係コード表の中から取り出したA_1とA_3の対応関係は、$R_i(A_1, A_3 : A_2) = R_i$とすれば、

$$R_i = \{(h_2{}^{-1}(c) \times h_3(c)) \mid p_3^* h_3(c) = \xi_i^{(3)}\} \qquad \text{(3-16)}$$

として得られる。対応関係コード表は対応関係のすべての集まりとして求められる。簡単に言えば、（3-16）式は（3-15）式からA_2の要素を取り除くことで求められる。この対応関係コード表はグループ化はされていないので、グループ化は、この対応関係コード表のA_1とA_3の対応関係を利用して、$fcd(A_1, A_3 : \phi) \to CG_{13}$で求められ、その分類コードは$CG_{13}$となる。

3.4 連結されたA_1, A_2, A_3のグループ化の例

連結されたA_1, A_2, A_3に対するグループ化の例を示す。(3-6) 式のグループの分類CG_3と対応する$Q^*(A_1, A_3 : A_2)$と（3-14）式のグループの分類CG_3^*と対応する$Q^*(G_1, G_2 : A_2)$は同値であることを示す。図 5 に分類基準をA_2としたときのA_1とA_3、G_2とG_3のそれぞれの対応関係のグループ化のメカニズムが示されている。

最初は図 5 に基づいて、$Q^*(A_1, A_3 : A_2)$を求める。この図より、$CG_3 = \{\xi_1^{(3)}, \xi_2^{(3)}, \xi_3^{(3)}\}$である。この中の最初の要素の$\xi_1^{(3)}$に対応する$A_2$の集まりは、

$$Q_1^*(c) = \{c \mid p_3^* h_3(c) = \xi_1^{(3)}, c \in A_2\} = \{c_1 \cdots c_5\}$$

となる。というのは、A_3については、

$$\{b \mid h_3(b) = \xi_1^{(3)}, b \in A_3\} = \{b_1, b_2, b_3\}$$

であり、このA_3の部分集合に対応するA_2を求めれば、

$$\{c \mid p_3(c) = (b_1, b_2, b_3), c \in A_2\} = Q_1^*(c)$$

となるからである。同じようにすれば、$\xi_2^{(3)}$と$\xi_3^{(3)}$に対して、$Q_2^*(c) = \{c_6, c_7\}$と$Q_3^*(c) = \{c_8\}$が求められる。$Q_i^*(c)$の共通集合はϕであり、

$$A_2 / Q^*(c) = Q_1^*(c) \cup Q_2^*(c) \cup Q_3^*(c)$$

となることが示される。

次に、$Q^*(G_2, G_3 : A_2)$を求める。$Q^*(G_2, G_3 :$

A_2) を $Q^{**}(c)$ とする。(3-8) 式の G_2 については、図5において、●…($fcd(A_1,A_2:\phi)\to G_2$)…●、の付いている部分から求められ、$G_2=\{g_2(1),\cdots,g_2(5)\}$ となる。類別関数の $p_2:A_2\to G_2$ は、{ c_1 }は $g_2(1)$ 、{ $c_2,\cdots,c_5$ }は $g_2(2)$ 、{ c_6 }は $g_2(3)$ 、{ c_7 }は $g_2(4)$ 、{ c_8 }は $g_2(5)$ に対応することで得られる。(3-10) 式の G_3 については、図5 において、○…($fcd(A_2,A_3:\phi)\to G_3$)…○、の付いている部分から求められ、$G_3=\{g_3(1),g_3(2),g_3(3)\}$ となる。類別関数の $p_3h_3:A_2\to G_3$ は、{ c_1,c_3,c_4 }は $g_3(1)$ 、{ c_2,c_5 }は $g_3(2)$ 、{ c_6,c_7 }は $g_3(3)$ 、{ c_8 }は $g_3(4)$ に対応することで得られる。(3-11) 式の類別関数により (3-14) 式から $CG_3{}^*$ が求められる。$CG_3=CG_3{}^*$ なので、$\xi_1^{(3)}\in CG_3$ とすれば、

$$\{\varsigma\mid q_3(\varsigma)=\xi_1^{(3)},\varsigma\in G_3\}=\{g_3(1),g_3(2),g_3(3)\}$$

となる。また、

$$\{c\mid p_3h_3(c)=(g_3(1),g_3(2),g_3(3)),c\in A_2\}=\{c_1\cdots c_5\}$$

となる。これは $Q_1^{**}(c)$ に一致する。同じようにして、$\xi_2^{(3)}$ と $\xi_3^{(3)}$ に対して、$Q_2^{**}(c)=\{c_6,c_7\}$ と $Q_3^{**}(c)=\{c_8\}$ がそれぞれ得られる。すなわち、$i=1\cdots3$ に対して、$Q_i^{**}(c)=Q_i^{**}(c)$ となり、

$$Q^*(A_1,A_3:A_2)=Q_1^*\cup Q_2^*\cup Q_3^*$$

と

$$Q^*(G_1,G_2:A_2)=Q_1^{**}\cup Q_2^{**}\cup Q_3^{**}$$

は一致する。

分類基準を A_2 としたときに連結されたグループ A_1,A_2,A_3 の対応関係は (3-15) 式から求められる。グループが $\xi_1^{(3)}$ のときは、$Q_1^*(c)=\{c_1\cdots c_5\}$ なる。最初は c_1 に対して、

$$(h_2{}^{-1}(c_1)\times c_1\times h_3(c_1))=(a_1\times c_1\times(b_1,b_3))=\{(a_1,c_1,b_1),(a_1,c_1,b_3)\}$$

となる。2 番目の c_2 に対して、

$$(h_2{}^{-1}(c_2)\times c_2\times h_3(c_2))=((a_2,a_3)\times c_2\times b_2))=\{(a_2,c_2,b_2),(a_3,c_2,b_2)\}$$

となる。同じようにして残りの c_3,c_4,c_5 に対してそれぞれ計算すれば、(a_3,c_3,b_3) 、(a_2,c_4,b_1) 、(a_3,c_5,b_2) が求められる。グループが $\xi_2^{(3)}$ のときは、$Q_2^*(c)=\{c_6,c_7\}$ なる。c_6 に対して、

$$(h_2{}^{-1}(c_6)\times c_6\times h_3(c_6))=(a_4,c_7,b_4)$$

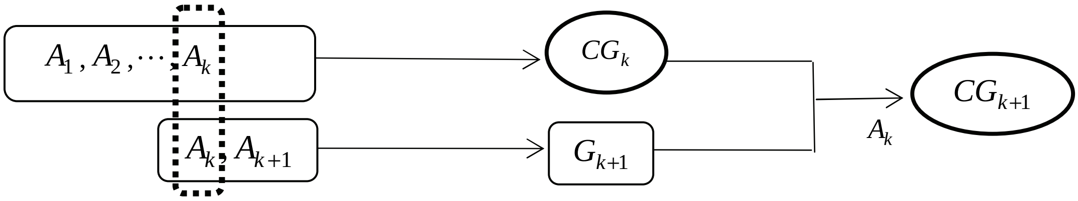
となる。同様の計算を繰り返すことにより連結され、グループ化された A_1,A_2,A_3 の対応関係コード表が求められる。

A_1,A_2,A_3 の対応関係コード表の中から取り出した A_1 と A_3 の対応関係コード表は、(3-15) 式から A_2 の要素を取り除くことで求められる。したがって、c_1 に対して (a_1,b_1) 、(a_1,b_3) 、c_2 に対して、(a_2,b_2) 、(a_3,b_2) となる。同様にして得られたすべての対応関係の中から重複しているものを取り除くことで A_1 と A_3 の対応関係コード表が求められる。グループ化は、A_1 と A_3 の対応関係を利用して、$fcd(A_1,A_3:\phi)\to CG_{13}$ で求められ、その分類は CG_{13} となる。このグループ化された A_1 と A_3 の対応関係コード表は図 3 において、分類 A,C,B を A_1,A_2,A_3 と置き換えることで求められる。$CG_{13}=\{g_1,g_2,g_3\}$ とすれば、g_1 に属する対応関係は 6 個あり、(a_1,b_1) , (a_1,b_3) , (a_2,b_2) , (a_2,b_1) , (a_3,b_2) , (a_3,b_3) である。g_2 に属する対応関係は 2 個あり、(a_4,b_4) 、(a_5,b_4) 、g_3 に属する対応関係は (a_6,b_5) となる。

4. 対応関係コード表における一般化された連結

対応関係のグループ化における連結方法として野田［2010］は分類 A_2 を基準とした A_1,A_2,A_3 の対応関係の連結方法を拡張してグループの連結における一般化を漸化式として導いている。これによれば、分類 $A_1,A_2,\cdots,A_{n+1}$ が n+1 種類あり、$k=1\cdots n$ に対して分類規準の存在しない A_k と A_{k+1} の対応関係コード表が存在する。そのとき、$A_k\to A_{k+1}$ をベクトル値の類別関数として (3-1)

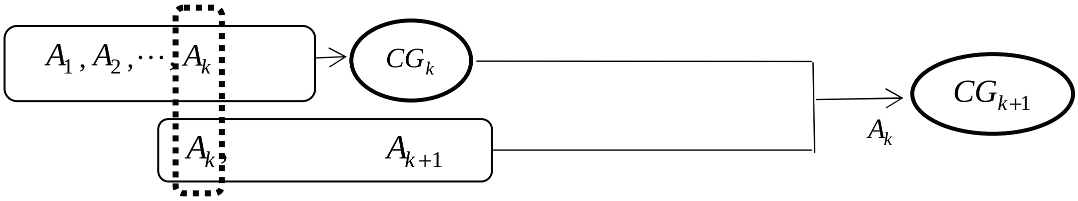
図6　CG_k と G_{k+1} から作成される連結されたグループの CG_{k+1} の作成過程（旧版）



（出所）著者作成

（注）$CG_2 \to \cdots \to CG_k$,が作成されたときの一般的な k に対する CG_{k+1} 作成過程である。CG_{k+1} は $fcd(A_k, A_{k+1} : \phi) \to G_{k+1}$ と $fcd(CG_k, G_{k+1} : A_k) \to CG_{k+1}$ から作成される。基準となる A_k に基づいて、$fcd(CG_{k-1}, G_k : A_k) \to CG_k$ が作成される。

図7　CG_k と A_{k+1} から作成される連結されたグループの CG_{k+1} の作成過程（改訂版）



（出所）著者作成。

（注）図5と同じであるが、CG_{k+1} は $fcd(CG_k, A_{k+1} : A_k) \to CG_{k+1}$ から作成される。

式で表わし、$A_{k+1} \to CG_{k+1}$ を（3-5）式で表わすことにする。A_k と A_{k+1} の対応関係コード表が存在するので、分類規準の存在しない両者の FCD は、

(4-1)　　$fcd(A_k, A_{k+1} : \phi) \to G_{k+1}$

となる。この n+1 種類の対応関係の連結を CG_n としたとき、この関係を漸化式としてまとめることができる。以下がその漸化式における処理過程である。

［1］初期値として CG_2 を設定するため、分類基準の存在しない FCD を求める。（4-1）式において k を1とおき、$fcd(A_1, A_2 : \phi) \to G_2$ とする。

［2］$CG_2 = G_2$ とする。

［3］$k = 2 \cdots n$ に対して、$A_1, A_2, \cdots, A_k$ を連結した CG_k が得られているとする。分類基準の存在しない A_k と A_{k+1} の対応関係は存在するので、（4-1）式から FCD の G_{k+1} を求める。これでグループ化に必要となる CG_k 、G_{k+1} と基準となる A_k が揃ったことになる。

［4］連結の基準となる分類 A_k に基づいて CG_{k-1} と G_k のグループ化をおこなう。この FCD は（3-14）式の一般化であり、

(4-2)　　$fcd(CG_k, G_{k+1} : A_k) \to CG_{k+1}$

となる。

［5］k=n となるまで［3］から［5］までの処理過程を繰り返す。k=n となったときに得られた（4-2）式の CG_{n+1} が求める $A_1, A_2, \cdots, A_{n+1}$ の連結されたグループの分類である。

［6］連結された CG_{n+1} は（3-5）式の類別関数により $A_{k+1} \to G_{k+1} \to CG_{k+1}$ となる対応付けをおこなう。

これらの処理過程の漸化式は図 6 にまとめられている。この図では、 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ を連結した CG_k が得られており、グループ化された A_k と A_{k+1} の FCD である G_{k+1} が存在することを示している。波線の枠で囲まれている A_k は CG_k と G_k に対して共通する分類基準である。この A_k を分類基準とすることにより、（4-2）式により CG_k と G_{k+1} の FCD である CG_{k+1} が作成される。

4.1　CG_{k+1} の作成方法における改訂版

本節では野田［2010］に対して CG_{k+1} の作成方法の改訂版を紹介する。野田［2010］の方法は CG_{k+1} の作成において、連結の基準となる分類 A_k に基づいて CG_k と G_{k+1} のグループ化をおこない、（4-2）式で FCD を求めている。この方法を CG_{k+1} の作成の旧版とする。グループ化のための類別関数は一価関数である（3-5）式の p^*_{k+1} を利用して、$A_{k+1} \to G_{k+1} \to CG_{k+1}$ と対応付けをしている。この対応は一価関数を利用しているため、G_{k+1} を経由せずに直接 $A_{k+1} \to CG_{k+1}$ と対応させても両者に違いは生じない。本節における CG_{k+1} の作成方法の改訂版は直接 $A_{k+1} \to CG_{k+1}$ を対応させてグループ化をおこなっており、そこが旧版との違いである。すなわち、（4-2）式に代わって、分類基準を A_k としたときの CG_k と A_{k+1} のグループ化を、

(4-3)　　$fcd(CG_k, A_{k+1} : A_k) \to CG_{k+1}$

として FCD を求めていることである。グループ化のために必要な、$A_{k+1} \to CG_{k+1}$、となる対応は類別関数として、

(4-4)　　$p^{**}_{k+1}:\ A_{k+1} \to CG_{k+1}$

を利用する。この関数は一価関数である。ここで注意することは、(3-5) 式において $A_{k+1} \to CG_{k+1}$ が定義されているが、これは G_{k+1} が存在するときに合成関数として得られる類別関数である。それに対して、（4-4）式は G_{k+1} が存在しないときでも定義できる類別関数である。

以下が CG_{k+1} 作成のための改訂版の漸化式における処理過程である。

［１］初期値として CG_2 を設定するため、分類基準の存在しない FCD を求める。(4-1) 式において k を 1 とおき、 $fcd(A_1, A_2 : \phi) \to G_2$ とする。

［２］$CG_2 = G_2$ とする。

［３］$k = 2 \cdots n$ に対して、 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ を連結した CG_k が得られているとする。また、分類基準の存在しない A_k と A_{k+1} の対応関係コード表は存在するとする。連結の基準となる分類 A_k に基づいて CG_k と A_{k+1} のグループ化をおこなう。この両者の FCD は（4-3）式で求められ、CG_{k+1} が得られる。

［４］k=n となるまで［3］から［4］までの処理過程を繰り返す。k=n となったときの（4-3）式の CG_{n+1} が求める $A_1, A_2, \cdots, A_{n+1}$ の連結されたグループの分類である。

［５］連結された CG_{n+1} は（4-4）式の類別関数により $A_{k+1} \to CG_{k+1}$ となる対応付けをおこなうことで求められる。

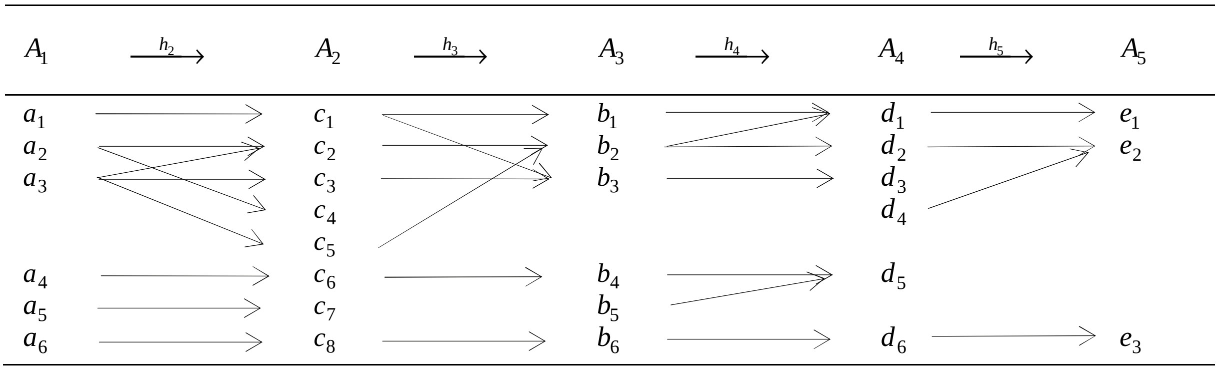
この改訂版における処理過程の漸化式は図 6 にまとめられている。$A_1, A_2, \cdots, A_k$ を連結した CG_k が得られているときに、 A_k と A_{k+1} の対応関係コード表が存在すれば、（4-3）式より、共通に存在する A_k を分類基基準とした CG_k と A_{k+1} の FCD である CG_{n+1} が作成される。波線の枠で囲まれている A_k は CG_k 、A_k と A_{k+1} の対応関係コード表に対する共通の分類基準であることを示している。

分類 A_k を基準としたときの A_1 … A_{k+1} の対応関係は、 $\xi_i^{(k+1)} \in CG_{k+1}$ と $r_k \in A_k$ に対して、$R_i(A_1 \cdots A_{k+1}:\ \ A_k) = R_i$ とすれば、

(4-5)　$$R_i = \{(r_1 \times r_2 \times \cdots \times r_{k+1}) \mid j = 1 \cdots k,\ h_{j+1}(r_j) = r_{j+1}, p^{**}_{k+1}(r_{k+1}) = \xi_i^{(k+1)}\}$$

で求められる。グループ化された対応関係コード表は対応関係のすべての集まりとして求められる。また、(4-5) 式において A_k を基準としたときの A_1 … A_{k+1} の対応関係としているが、分類基準の

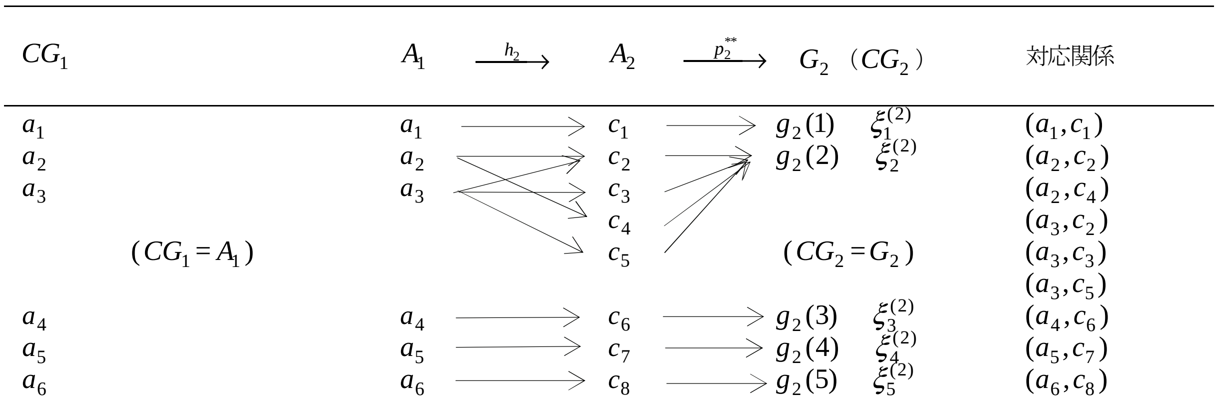
図8　分類 A_1 … A_5 における連結された対応関係コード表



（出所）著者作成

（注）分類 A_{k-1} と A_k の対応関係において基準となる分類が存在しないときの類別関数を、$h_k : A_{k-1} \to A_k$ 、としている。

図9　CG_2 作成のメカニズム： $fcd(CG_1, A_2 : A_1) \to CG_2$



（出所）図4に基づき著者作成。

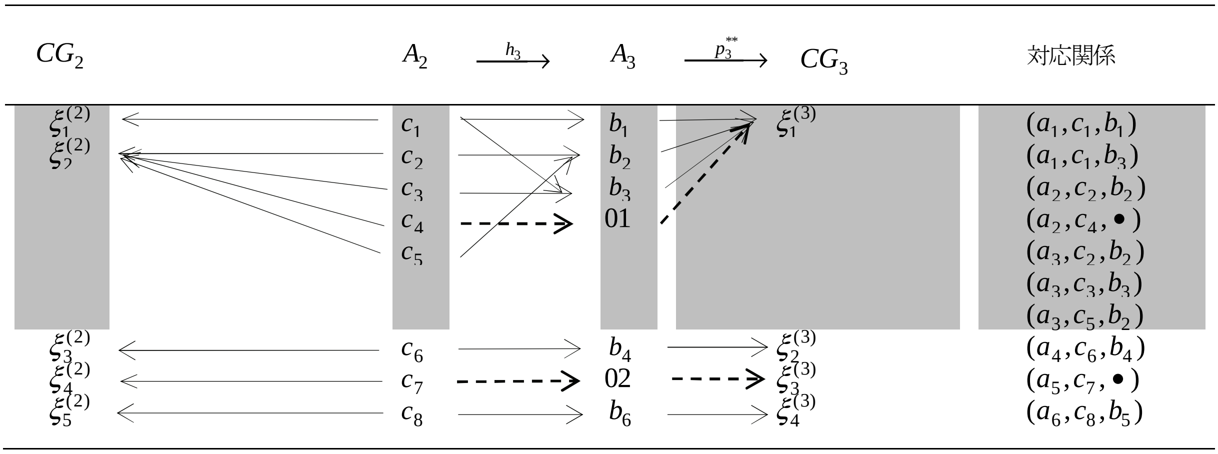
（注）分類 A_{k-1} と A_k の対応における類別関数は、$h_k : A_{k-1} \to A_k$ であり、 $p_k^{**} : A_k \to CG_k$ としている。

$r_k \in A_k$ について $h_{k+1}(r_k) = r_{k+1}$ は（4-5）式に含まれているので、特に「A_k を基準としたとき」という表現はなくても構わない。

4.2　一般化された連結とグループ化の例

対応関係コード表の一般化された連結の例として A_1 から A_5 までの分類を対象とする。 $k = 1 \cdots 4$ に対して、分類基準の存在しない A_k と A_{k+1} の対応関係コード表は存在するものとする。図8において A_1 と A_2 の対応関係コード表、…、A_4 と A_5 の対応関係コード表を連続させて表している。図3における分類 A,C,B はそれぞれ図8のそれの A_1, A_2, A_3 に対応している。ただし、図8では実際の対応関係コード表に存在するように、対応する分類コードが途中で途切れてしまうことを想定して、図3では存在していた A_2 の c_4 と A_3 の b_1 の間、A_2 の c_7 と A_3 の b_4 の間の2カ所を切断している。また、A_4 の d_3 と d_5 の両者についてはこれ以上の接続は存在しないことにしている。さらに、新規の分類コードが出現することもあるのでそのことも想定して、A_3 の b_5 と A_4 の d_4 はそれ以前

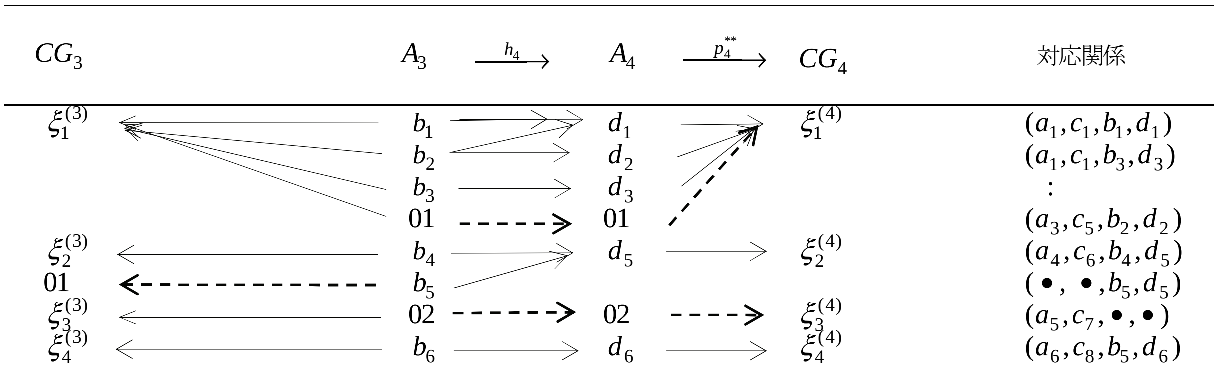
図 10　CG_3 作成のメカニズム： $fcd(CG_2, A_3 : A_2) \rightarrow CG_3$



（出所）図 9 に同じ。

（注）図 9 と同じであるが、01 と 02 は対応しる分類コードがが存在しないときに付ける仮の分類コード、波線はその対応関係である。連結された A_1, A_2, A_3 の対応関係において、● は対応する分類が存在しないことを表わしている。CG_3 におけるグループ $\xi_1^{(3)}$ の対応関係は影を付けて示されている

図 11　CG_4 作成のメカニズム： $fcd(CG_3, A_4 : A_3) \rightarrow CG_4$



（出所)）図 10 と同じ。

（注）図 10 と同じ。

の分類とは接続されていない。

CG_{k+1} 作成のための改訂版の漸化式における処理過程に沿って説明する。処理過程の［1］は CG_2 の作成である。k=1 とすれば、（4-1）式は分類基準の存在しない A_1 と A_2 のグループ化を求める式となる。この処理過程は図 9 に示されている。図 9 より、$G_2 = \{g_2(1), \cdots, g_2(5)\}$ が得られる。この図は図 5 における●…（ $fcd(A_1, A_2 : \phi) \rightarrow G_2$ ）…●、の付いている部分を組み替えて作成したものであり、そこで得られた G_2 である。処理過程［2］において初期値としての CG_2 を作成することになっている。図 9 の CG_2 作成のメカニズムに示されているように、すべてに i について、$\xi_i^{(2)} = g_2(i)$ として、$CG_2 = \{\xi_1^{(2)}, \cdots, \xi_5^{(2)}\}$ が得られる。

改訂版における処理過程の［3］において k が 2 のときは CG_3 の作成である。A_2 と A_3 の対応関係コード表が存在し、グループ化の分類基準となる

A_2 に対して、$A_2 \to CG_2$ となる類別関数も存在していることをまず確認することである。図 10 は CG_3 を作成する処理過程の改訂版の方法を示している。図 10 において、$A_2 \to A_3$ と $A_2 \to CG_2$ に対する類別関数のそれぞれの存在を確認できる。したがって、A_3 と CG_2 の対応関係が得られ、（4-3）式より CG_3 を作成することができる。図 10 より、$CG_3 = \{\xi_1^{(3)}, \cdots, \ \xi_4^{(3)}\}$ が求められる。グループ化において、（4-4）式の p_3^{**} より $A_3 \to CG_3$ に対して直接類別関数により対応付けをしている。すなわち、その対応関係は｛$b_1, b_2, b_3, 01$｝$\to \xi_1^{(3)}$、｛b_4｝$\to \xi_2^{(3)}$、｛02｝$\to \xi_3^{(3)}$、｛b_5｝$\to \xi_4^{(3)}$ である [10]。

技術的なことになるが、図 10 の分類 A_3 における分類コードの 01 と 02 について説明する。表 8 において、A_2 の c_4 と c_7 には対応する A_3 の分類コードは存在しない。存在しない分類コードとして表 8 では「空白」でそれを示している。しかし、これでは A_2 の c_4 と c_7 に A_3 の空白がそれぞれ対応することになり、両者は空白を経由して同一グループに所属することになる。このような状態を避けるためには、空白であっても c_4 と c_7 に対応するものは異なっていなければならない。そのため、表 10 では、前者を「c_4 が対応する空白」、後者を「c_7 が対応する空白」と識別するために、A_3 の分類コードとして前者を 01、後者を 02 で表わすことにする。さらに、表 10 では、分類コードと空白の間の対応関係は破線で示されている。「…の空白」は最後に同一の「空白」で置き換えれば図 8 のような「対応関係が存在しない状態」が表現できる。、

改訂版における処理過程の［3］において k が 3 のときは CG_4 作成である。この処理過程は図 11 に示されている。CG_4 の作成については CG_3、A_3 と A_4 の対応関係コード表が存在し、グループ化の分類基準となる A_3 に対して、$A_3 \to CG_3$ となる類別関数も存在も確認することができる。（4-3）式より CG_4 が作成される。技術的な説明になるが、図 11 において A_3 の 01 と A_4 の 01 が対応しているのは、両分類の 01 は実際には存在しない分類コードであり、ここを空白にしておくと空白を経由して同一グループに所属するようにため、そうしないように固有の分類コードを与えているからである。また、A_3 の b_5 は新規に生じた分類コードである。以前の分類コードが存在しないため、対応する CG_3 の分類コードとして空白ではない仮の分類コードの 01 に対応させている。CG_5 についても同様の方法により作成される。

4.3　連結されグループ化された対応関係の例

分類基準を A_k とした $A_1 \cdots A_{k+1}$ の連結され、グループ化された対応関係において、連結されたグループの分類を CG_{k+1} とする。$\xi_i^{(k+1)} \in CG_{k+1}$ に対して、連結された対応関係を $R_i(A_1 \cdots A_{k+1} : A_k) = R_i$ とすれば、この対応関係は（4-5）式で求めらることができる。例えば、k=1 とすれば、（4-5）式は分類 A_1 を基準としたときの A_1 と A_2 の対応関係を求める式とである。図 9 によれば、$CG_2 = \{\xi_1^{(2)}, \cdots, \xi_5^{(2)}\}$ なので、最初に $\xi_1^{(2)}$ に対して A_1 と A_2 の対応関係を求める。（4-5）式は、

$$R_1 = \{(r_1 \times r_2) \,|\, h_2(r_1) = r_2, p_2^{**}(r_2) = \xi_1^{(2)}\}$$

である。$\xi_1^{(2)}$ に対する r_2 の集合を求めれば、$\{r_2 \,|\, p_2^{**}(r_2) = \xi_1^{(2)}\} = \{c_1\}$ である。要素の $\{c_1\}$ に対して、$\{r_1 \,|\, h_2(r_1) = c_1\} = \{a_1\}$ となる。したがって、グループ $\xi_1^{(2)}$ の対応関係は、$R_1 = (a_1, c_1)$ となる。

次に、$\xi_2^{(2)}$ に対して A_1 と A_2 の対応関係を求める。（4-5）式は、

$$R_2 = \{(r_1 \times r_2) \,|\, h_2(r_1) = r_2, p_2^{**}(r_2) = \xi_2^{(2)}\}$$

である。$\xi_2^{(2)}$ に対する r_2 についての集合を求めれば、

(4-6)　$$\{r_2 \,|\, p_2^{**}(r_2) = \xi_2^{(2)}\} = \{c_2, c_3, c_4, c_5\}$$

である。この中の$\{c_2\}$に対して、$\{r_1 \mid h_2(r_1)=c_2\}=\{a_2,a_3\}$となる。したがって、

$$\{r_1 \times r_2\}=\{a_2,a_3\}\times\{c_2\}=\{(a_2,c_2),(a_3,c_2)\}\subset R_2$$

となる。同じようにすれば、(4-6) 式の要素の$\{c_3\}$に対しては、$\{r_1 \mid h_2(r_1)=c_3\}=\{a_3\}$となり、

$$(r_1 \times r_2)=\{a_3\}\times\{c_3\}=(a_3,c_3)\subset R_2$$

となる。(4-6) 式のすべての要素に対して対応関係を求めれば、図9の対応関係の項に示されているように、$R_2=\{(a_2,c_2),(a_3,c_4),\cdots,(a_3,c_5)\}$が求められる。$CG_2$の残りの要素に対しても同じようにして求めることができる。

対応関係の作成において、k=2 とすれば、(4-5) 式は分類A_2を基準としたときのA_1, A_2, A_3の対応関係を求める式となる。図 10 によれば、$CG_3=\{\xi_1^{(3)},\cdots,\xi_4^{(3)}\}$なので、最初に$\xi_1^{(3)}$に対して$A_1$, A_2, A_3の対応関係を求める。(4-5) 式は、

$$R_1=\{(r_1\times r_2\times r_3)\mid h_{k+1}(r_k)=r_{k+1}\ k=1,2,\ p_3^{**}(r_3)=\xi_1^{(3)}\}$$

である。$\xi_1^{(3)}$に対するr_3についての集合を求めれば、

(4-7)　　$\{r_3 \mid p_3^{**}(r_3)=\xi_1^{(3)}\}=\{b_1,b_2,b_3,01\}$

である。この中の要素の$\{b_1\}$に対して、r_2についての集合を求めれば、$\{r_2 \mid h_3(r_2)=b_1\}=\{c_1,c_4\}$となる。さらに、図9を利用してこの中の要素の$\{c_1\}$に対して、$r_1$についての集合を求めれば、$\{r_1 \mid h_2(r_1)=c_1\}=\{a_1\}$となる。すなわち、$(a_1,c_1,b_1)\in R_1$である。

次に、対応関係の存在しないときに仮の分類コードとして設定している 01 に対しする対応関係を求める。(4-7) 式において 01 に対するr_2の集合を求めれば、$\{r_2 \mid h_3(r_2)=\text{"01"}\}=\{c_4\}$となる。分類コードが 01 であることを"01" で示している。図9を利用してこの中の要素の$\{c_4\}$に対して、r_1の集合を求めれば、$\{r_1 \mid h_2(r_1)=c_4\}=\{a_2\}$となる。すなわち、$(a_2,c_4,01)\in R_1$が求められる。01 を空白を表わす$\bullet$で置き換えることにすれば、$(a_2,c_4,\bullet)\in R_1$となる。同じようにして、$CG_3$における グループ$\xi_1^{(3)}$の対応関係は、図10に影を付けて示されているように7個存在し、

$$R_1=\{(a_1,c_1,c_1),(a_1,c_1,b_3),\cdots,(a_3,c_5,b_2)\}$$

として求められる。CG_3における残りのグループの$\xi_2^{(3)}$と$\xi_3^{(3)}$の対応関係についても図10に示されている通りである。

分類A_kを基準としたときのA_1 … A_{k+1}の対応関係について、kを1から4までを求めた結果が表4に一覧としてまとめられている。この表においてQはグループ番号内の一連番号を表している。表4は図9と図10の対応関係の項目と一致している。表4の (3) と (4) について、またCG_kにおいてkが5よりも大きいときも図10と同じようにして求めることができる。

4.4　連結された対応関係の表示方法

連結されたA_1 … A_kの対応関係は表4のように対応している分類コードを横に並べて表わされる。この表を連結された対応関係の表示タイプ1とする(簡単に「連結の表示タイプ1」とする)。表示方法では対応関係のタイプ1のときは対応する分類コードを直接並べるだけでいいが、それ以外のタイプでは複数個に分けて表示することになる。表4の (1) における$\xi_2^{(2)}$はタイプ 4a の例であり、a_2はc_2とc_4に配分されている。このときの表示は(a_2,c_2)と(a_2,c_4)と2つに分けて示される。連結の個数が増えても配分構造があるときには同様な方法で次々に分かれて表示される。この方法では配分構造が複雑なときにはグループ内における対応関係の個数が膨大となることがあり、それぞれの対応関係の判別が煩雑になることがある。

連結された対応関係はまた別の表示方法により表すこともできる。すなわち、連結された対応関係を直接的に並べるのではなく、A_{k-1}とA_kを対

表4　分類A_1 … A_5における連結され、グループ化された対応関係コード表（連結の表示タイプ1）

CG Q	$(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$
(1) A_1, A_2の対応関係（CG_2）	
$\xi_1^{(2)}$	
1	(a_1, c_1)
$\xi_2^{(2)}$	
1	(a_2, c_2)
2	(a_2, c_4)
3	(a_3, c_2)
4	(a_3, c_3)
5	(a_3, c_5)
$\xi_3^{(2)}$	
1	(a_4, c_6)
$\xi_4^{(2)}$	
1	(a_5, c_7)
$\xi_5^{(2)}$	
1	(a_6, c_8)
(2) A_1, A_2, A_3の対応関係（CG_3）	
$\xi_1^{(3)}$	
1	(a_1, c_1, b_1)
2	(a_1, c_1, b_3)
3	(a_2, c_2, b_2)
4	$(a_2, c_4, \bullet)$
5	(a_3, c_2, b_2)
6	(a_3, c_3, b_3)
7	(a_3, c_5, b_2)
$\xi_2^{(3)}$	
1	(a_4, c_6, b_4)
$\xi_3^{(3)}$	
2	$(a_5, c_7, \bullet)$
$\xi_4^{(3)}$	
1	(a_6, c_8, b_6)
(3) A_1, A_2, A_3, A_4の対応関係（CG_4）	
$\xi_1^{(4)}$	
1	(a_1, c_1, b_1, d_1)
2	(a_1, c_1, b_3, d_3)
3	(a_2, c_2, b_2, d_1)
4	(a_2, c_2, b_2, d_2)
5	$(a_2, c_4, \bullet, \bullet)$
6	(a_3, c_2, b_2, d_1)
7	(a_3, c_2, b_2, d_2)
8	(a_3, c_3, b_3, d_3)
9	(a_3, c_5, b_2, d_1)
10	(a_3, c_5, b_2, d_2)
$\xi_2^{(4)}$	
1	(a_4, c_6, b_4, d_5)
2	$(\bullet, \bullet, b_5, d_5)$
$\xi_3^{(4)}$	
1	$(a_5, c_7, \bullet, \bullet)$
$\xi_4^{(4)}$	
1	(a_6, c_8, b_5, d_6)
(4) $A_1, A_2, \cdots, A_5$の対応関係（CG_5）	
$\xi_1^{(5)}$	
1	$(\bullet, \bullet, \bullet, d_4, e_2)$
2	$(a_1, c_1, b_1, d_1, e_1)$
3	$(a_1, c_1, b_3, d_3, \bullet)$
4	$(a_2, c_2, b_2, d_1, e_1)$
5	$(a_2, c_2, b_2, d_2, e_2)$
6	$(a_2, c_4, \bullet, \bullet, \bullet)$
7	$(a_3, c_2, b_2, d_1, e_1)$
8	$(a_3, c_2, b_2, d_2, e_2)$
9	$(a_3, c_3, b_3, d_3, \bullet)$
10	$(a_3, c_5, b_2, d_1, e_1)$
11	$(a_3, c_5, b_2, d_2, e_2)$
$\xi_2^{(5)}$	
1	$(\bullet, \bullet, b_5, d_5, \bullet)$
2	$(a_4, c_6, b_4, d_5, \bullet)$
$\xi_3^{(5)}$	
1	$(a_5, c_7, \bullet, \bullet, \bullet)$
$\xi_4^{(5)}$	
1	$(a_6, c_8, b_6, d_6, e_4)$

（出所）図4より著者作成。

（注）CGは連結された分類コード、QはCGにおける一連番号である。、$(A_1, \cdots, A_5)$はA_1からA_5までの連結された対応関係である。$\xi_i^{(k)}$はCG_kの分類コードであり、iはその中の一連番号である。●は対応する分類が存在しないことを表わしている。

にして次々と関連させていく方法である。この表を連結された対応関係の表示タイプ2（連結の表示タイプ2）とする。例えば、連結の表示タイプ1によれば、表4の（4）にある$\xi_4^{(5)}$では対応関係は$(a_6, c_8, b_6, d_6, e_4)$のように表わされる。連結の表示タイプ2の方法はこの対応関係を（A_1, A_2）…（A_4, A_5）に分けてそれぞれ連結されている分類コードでつなげていくのである。A_1とA_2の対応関係は(a_6, c_8)、A_2とA_3の対応関係は(c_8, b_6)である。両者の対応関係はA_2のc_8を通して連結されており、(a_6, c_8, b_6)となる。この対の関係をA_4とA_5まで続けることにより、連結されたA_1 … A_5の対応関係ができあがる。対応関係を対で表すことによりそれぞれの対応関係コード表のグループ化された状態も表すことができる。

表4の（4）で示されているA_1 … A_5の対応関係を連結の表示タイプ2で示したのが表5である。Mは対となる対応関係コード表を識別するのに使用される。A_1とA_2の対応関係コード表を表すときは12となる。G_kは（4-1）式で表わされる。t

表 5　分類 A_1 … A_5 における連結され、グループ化された対応関係コード表（連結の表示タイプ 2）

M	G_k	t	$A_{k\text{-}1}$	A_k	a	b	M	G_k	t	$A_{k\text{-}1}$	A_k	a	b	M	G_k	t	$A_{k\text{-}1}$	A_k	a	b
$\xi_1^{(5)}$							34	$g_4(1)$	4a	b_2	d_2	2	1	@						
							34	$g_4(2)$	1	b_3	d_3	1	1	45	$g_4(4)$	1	d_5	•	1	0
12	$g_2(1)$	1	a_1	c_1	1	1	34	$g_4(3)$	1	•	d_4	0	1							
12	$g_2(2)$	4a	a_2	c_2	2	2	@							$\xi_3^{(5)}$						
12	$g_2(2)$	4a	a_2	c_4	2	1	45	$g_5(1)$	1	d_1	e_1	1	1							
12	$g_2(2)$	4a	a_3	c_2	3	2	45	$g_5(2)$	3	d_2	e_2	1	2	12	$g_2(4)$	1	a_5	c_7	1	1
12	$g_2(2)$	4a	a_3	c_3	3	1	45	$g_5(2)$	3	d_4	e_2	1	2	@						
12	$g_2(2)$	4a	a_3	c_5	3	1	45	$g_5(3)$	1	d_3	•	1	0	23	$g_3(4)$	1	c_7	•	1	0
@																				
23	$g_3(1)$	4a	c_1	b_1	2	1	$\xi_2^{(5)}$							$\xi_4^{(5)}$						
23	$g_3(1)$	4a	c_1	b_3	2	2														
23	$g_3(1)$	4a	c_3	b_3	1	2	12	$g_2(3)$	1	a_4	c_6	1	1	12	$g_2(5)$	1	a_6	c_8	1	1
23	$g_3(2)$	3	c_2	b_2	1	2	@							@						
23	$g_3(2)$	3	c_5	b_2	1	2	23	$g_3(3)$	1	c_6	b_4	1	1	23	$g_3(4)$	1	c_8	b_6	1	1
23	$g_3(3)$	1	c_4	•	1	0	23	$g_3(4)$	1	•	b_5	0	1	@						
@							@							34	$g_4(4)$	1	b_6	d_6	1	1
34	$g_4(1)$	4a	b_1	d_1	1	2	34	$g_4(3)$	3	b_4	d_5	1	2	@						
34	$g_4(1)$	4a	b_2	d_1	2	2	34	$g_4(3)$	3	b_5	d_5	1	2	45	$g_5(3)$	1	d_5	e_3	1	1

（出所）図 4 の（4）より著者作成。

（注）M は対となる対応関係コード表を識別するのに使用され、G_k は（4-1）式で表わされる。t は対応関係コード表のタイプ、A_{k-1} と A_k は M で識別された対応関係コード表における対となる分類コードである。a は A_{k-1} の頻度を表す $A_{(k-1)-}f$ 、b は A_k の頻度を表す $A_{k-}f$ である。$\xi_i^{(k)}$ は CG_k の分類コードであり、i はその中の一連番号である。@は対になる対応関係の区切りであり、• は対応する分類コードが存在しないことを表す。

は対応関係コード表のタイプである。A_{k-1} と A_k は M で識別された対応関係コード表における対となる分類コードである。M が 12 のときは k は 2 となり、A_1 と A_2 の対応関係コード表となる。a は A_{k-1} の頻度を表す $A_{(k-1)-}f$ 、b は A_k の頻度を表す $A_{k-}f$ である。また、@は対になる対応関係の区切りであり、• は対応する分類コードが存在しないことを表わしている。

表 4 の（4）にある $\xi_2^{(5)}$ には $(\bullet,\bullet,b_5,d_5,\bullet)$ となる対応関係が存在しており、連結された表示タイプ 1 で示されている。これは A_3 に初めて b_5 が表れ、A_4 の d_5 と対応関係にあったが、A_5 になって消滅してしまった状態を表している。この対応関係は連結の表示タイプ 2 では、以下のようにして表示される。M が 12 である A_2 と A_3 を対応関係では前者の分類コードは存在せず、後者の b_5 のみが存在するのでの $(\bullet,b_5)$ となる。対応関係の存在している A_3 と A_4 を表す M が 34 のところが (b_5,d_5) となる。M が 45 である A_4 と A_5 を対応関係では前者の分類コードは d_5 であり、後者にはそれが存在しないので $(d_5,\bullet)$ となる。連結はこの 3 つの対応関係を組み合わせて表示される。A_2 と A_3 の対応関係コード表には両者の分類コードが共に存在するときのみ対応関係としているので、$(\bullet,b_5)$ となる対応関係は含まれていない。A_4 と A_5 を対応関係コード表でも $(d_5,\bullet)$ となる対応関係は含まれていない。表 5 では分類コードが途中から出現したり、途中で消滅したりしたときに明示的に識別できるよう、分類コードの一方が存在するときには対応関係とし表示している。これを両者の分類コードが共に存在するときのみを対応関係とするようにしても構わない。

また、表4の（4）では$\xi_3^{(5)}$は$(a_5, c_7,\bullet,\bullet,\bullet)$となる対応関係が存在している。これは$A_1$の$a_5$と$A_2$の$c_7$と対応関係にあったが、$A_3$になって消滅してしまった状態を表している。この関係は表5では対応関係が存在しているMが12のところに(a_5, c_7)が示され、23には$(c_7,\bullet)$が示される。34と45には対応する分類コードの両者が存在しないため表示されていない。

古河・野田［1998］は連結の表示タイプ2の方法を採用してSITC-R1から同改訂第3版（SITC-R3）までを連結させ、それぞれのSITCの改訂版に対してアジア国際産業連関表の24部門分類も対応させている。

おわりに

本章は野田［2010］の改訂版であり、いくつかの不正確な表現を明確にし、連結された対応関係のグループ化の方法を再考すると同時に、そこでは触れなかった連結された対応関係の導出について検討している。分類AとBにおける個対応関係コード表の中で分類の核になる閉じた対応関係にある分類コードの集まりがグループであり、グループはこの2つの分類から共通に導出可能な最も詳細な分類（*FCD*）に対応する分類である。AからBの方向に対して、グループ内における対応関係は4つのタイプに分けることができ、タイプ1は分類Aと分類Bの個別分類コードが1対1に対応する関係であり、タイプ2は1対多、タイプ3は多対1、タイプ4は多対多の対応関係である。

一般化された対応関係における連結方法の処理過程の改訂版は図7に示されているように以下のようになる。

［1］初期値としてCG_2を設定するため、分類基準の存在しないFCDを求める。(4-1）式においてkを1とおき、$fcd(A_1, A_2 : \phi) \rightarrow G_2$とする。

［2］$CG_2 = G_2$とする。

［3］$k = 2 \cdots n$に対して、$A_1, A_2, \cdots, A_k$を連結したCG_kが得られているとする。また、分類基準の存在しないA_kとA_{k+1}の対応関係コード表は存在するとする。連結の基準となる分類A_kに基づいてCG_kとA_{k+1}のグループ化をおこない、(4-3）式よりCG_{k+1}が求められる。

［4］k=nとなるまで［3］から［4］までの処理過程を繰り返す。k=nとなったときの（4-3）式のCG_{n+1}が求める$A_1, A_2, \cdots, A_{n+1}$の連結されたグループの分類である。

処理過程の［3］における分類A_kにもとづいたCG_{k-1}とA_{k+1}の対応関係の作成は（4-3）式を求めるためには重要な処理過程である。CG_{k+1}の作成において旧方式は（4-2）式を利用しているのに対して、その改訂版は（4-3）式を利用しているところに違いがある。

連結された分類の対応関係は表4で示される連結の表示タイプ1と表5で示される連結の表示タイプ2の表現方法がある。連結される分類の数が少ないときには前者、そうではないときには後者を選択する方が見やすく、表示される量の節約にもなる。また、後者では対応関係において対になっている対応関係のグループ化と分類コードの頻度が示されているため、対応関係を図示するときには便利である。

連結する対応関係コード表の数が多くなると連結されたグループが大きくなり、グループとしての意味をもたなくなることがある。対応関係の基本モデルを直接利用するとグループが大きくなりがちである。このときにはそれぞれの対応関係において切断モデルを利用することによりグループを比較的小さくすることが必要になる。

1　WCO は関税協力理事会（Customs Co-operation Council : CCC）が最近使用している working name であ

る。CCC は関税制度の調和と簡易化のために設立された国際機関である。

2　佐藤［1995］によれば、分類 X と Y はデータベース内の分類階層内に定義されているものとする。この時、X と Y の違いを識別できるような分類 B を同じ分類階層内に見い出すことができるものと仮定する。B から X への類別関数を f、B から Y への類別関数を g とする。この f と g より、Q^*が計算でき、これを元に FCD の条件を満足するような分類 Z と、X から Z への類別関数 p を計算することができる。本章で使用している分類の X,A,B,G は佐藤の分類の B,X,Y,Z にそれぞれ対応している。本章で使用している類別関数の f_a, f_b は佐藤の f, g にそれぞれ対応する。p については同じように対応している。

3　形式的にグループを作るとグループに属する分類コードの共通性が問題になるが、この点については野田・山本［1995］による「切断」という方法でサブグループを作り、共通した特性を持たせるような方法がある。また、2 つの分類体系のグループ化を拡張した複数の分類体系における対応関係の連結としては野田［2002］があり、この連結プロセスを貿易データにおける商品分類体系の改訂にともなう対応関係の商品グループに応用している。実際の場面では分類の内容を個別に検討して比較的関係がなさそうだと判断される対応関係を切断するという方法を採用している。この方法を採用するには対象としている分類およびその対応関係についての専門的な知識が要求される。

4　ここでいうサブグループとは厳密な意味におけるグループ内の分割ではなくて互いに少数の共通の分類コードが含まれていても類似のものがまとまっているという意味でのゆるやかな対応関係の集まりを意味する。切断の要素によりサブグループは決まるが、対応関係のタイプ4となっている対応関係においては同一サブグループであっても切断の要素が同一であるとは必ずしも限らない。

5　$p_c(c)$ が一価関数の類別関数であることを示す。ある $c_1 \in C$ に対して、$Q^*(c_1)$ は n 個の要素から構成されており、$Q^*(c_1) = \{c_1, c_1^*, \cdots, c_{n-1}^*\}$ とする。$p_c(c)$ は $c \in Q^*(c_1)$ に対して、1 つの g_i を対応させることで定義され、$p_c(c) = g_i$ となる。したがって、$g_i \neq g_j$ のとき、$\{c \mid p_c(c) = g_i,\, p_c(c) = g_j\} = \phi$ である。すなわち、$p_c(c)$ は同時に複数個の値を持つことはないことから一価関数であることが示される。。

6　基本モデルとしての分類 A_1 と A_2 の対応関係をグループ化するための PL/I によるプログラムが ClcVP_P.pli、切断にもとづくサブプループ化のための PL/I プログラムが ClcVP7_P.pli である。このプログラムはグループ化のためのプログラム ClcVP6_P.pl により得られた結果を入力データとして使用する。この入力データに対して切断の要素を決めることにより対応関係をサブグループ化することが可能となる。切断の要素はこの出力データにおけるサブグループの項目、すなわち、商品グループ $G_i(j)$における j であり、サブグループの一連番号を表わしている項目 j の 1 を 0 に置き換えることで可能となる。

7　注 6 を参照すること。

8　本章の 2 節において分類 X が存在しないとき、A と B における対応関係のグループ化のメカニズムは（2-7）式により繰り返し演算の起点を A として、$A \to B \to A$、として A に戻ることでおこなう。そのとき得られた $Q^*(A, B : A)$ は A を分割する。したがって、

$$p_a : Q^*(A, B, A) \to G$$

により FCD が求められる。繰り返し演算の起点を B として、$B \to A \to B$、として B に戻ることでおこなう。そのとき得られた $Q^*(B, A : B)$ は B を分割し、

$$p_b : Q^*(B, A : A) \to G$$

により FCD が求められる。したがって、G の作成においてグループ化のための類別関数は p_a と p_a のどちらでも構わない。

9　　$A^* = \{a \mid p_k(a) = g, a \in A_k\} = \{a_1 \cdots a_n\}$

とするとき、$A^* \subset A_k$ に対して、${p_k}^{-1} p_k(A^*) = A^*$ となり、$g \in G_k$ に対して $p_k {p_k}^{-1}(g) = g$ となることを示す。$g \in G_k$ に対して、（3-3）式より、A^* は、

(a.1)　　$${p_k}^{-1}(g) = A^*$$

と表わすことができる。(1) の両辺に左から p_k を乗じれば、$p_k(A^*) = p_k(\{a_1 \cdots a_n\}) = g$ となり、

(a.2)　　$$p_k(A^*) = g$$

が求められる。(a.2) 式の g を (a.1) 式へ代入すれば、${p_k}^{-1} p_k(A^*) = A^*$ となる。(a.1) 式の A^* を (a.2) 式へ代入すれば、$p_k {p_k}^{-1}(g) = g$ となる。

10　改訂版の CG_k 作成方法は（4-4）式を利用して $A_3 \to CG_3$ となるように類別関数を対応付けしている。それに対して旧版である野田［2010］では（4-2）式を利用して FCD を求めており、その処理過程は図 4 に示されている。グループ化については、（3-5）式よりり $A_3 \to$

$G_3 \rightarrow CG_3$ となるように 2 段階の類別関数により対応付けをしている。すなわち、最初は、｛$b_1, b_3, 01$｝→ $g_3(1)$、｛b_2｝→ $g_2(1)$ であり、2 段階目は、$g_3(1) \rightarrow \xi_1^{(3)}$、$g_2(1) \rightarrow \xi_1^{(3)}$ である。これから、

$$\{b \mid p_3^*(b) = \xi_1^{(3)}\} = \{b_1, b_2, b_{3,} B_1\}$$

として｛$b_1, b_2, b_3, 01$｝→ $\xi_1^{(3)}$ が作成される。

参考文献

佐藤英人［1995］「要約データの基礎概念とデータベース内での推論―世界貿易統計データベースを中心として―」（木下宗七・野田容助 編『世界貿易データシステムの整備と利用』統計資料シリーズ（SDS）No.67 アジア経済研究所）

野田容助［2010］「商品分類における対応関係のグループ化と連結：貿易データの商品分類を変換するための方法として」（野田容助・黒子正人 編『貿易指数の作成と応用：貿易構造の変化と国際比較』調査研究報告書 開発研究センター 2009-Ⅱ-03 アジア経済研究所）

野田容助・山本泰子［1995］「体系の異なる分類の対応関係と変換―グループ化および切断による商品分類の変換の試み―」（木下宗七・野田容助 編『世界貿易データシステムの整備と利用』統計資料シリーズ（SDS）No.67 アジア経済研究所）

古河俊一・野田容助［1998］『標準国際商品分類と産業分類の対応関係』統計資料シリーズ（SDS）No.80 アジア経済研究所

山本泰子［1995］「貿易統計における商品の分類」（木下宗七・野田容助 編『世界貿易データシステムの整備と利用』統計資料シリーズ（SDS）No.67 アジア経済研究所）

Sato, Hideto [1983] *Fundamental Concept of Social/Regional Summary Data and Inference in Their Database*, Doctoral Thesis, Tokyo University